

**Верификация и оптимизация регрессионных
моделей на панелях экономических данных с
использованием методов Монте Карло.**

*Кириллюк Игорь Леонидович (Москва, ИЭ РАН,
igokir@rambler.ru)*

*Сенько Олег Валентинович (Москва, ФИЦ ИУ РАН,
senkoov@mail.ru)*

Выбор моделей линейной регрессии.

Коэффициент детерминации

Скорректированный коэффициент детерминации

Критерий Акаике

Критерий Шварца

Другие критерии

Проблема ложной регрессии

Ложная регрессия имеет место, если стандартные средства обнаружения закономерностей в моделях, такие, как величина коэффициента детерминации, указывают на наличие связи между переменными, в то время, как на самом деле она отсутствует.

Важной причиной возникновения ложных регрессий является стохастическая нестационарность временных рядов.

Методы Монте Карло для проверки целесообразности расширения модели

Достоинства:

- 1) Позволяют количественно оценивать достоверность преимущества одной модели перед другой через p -значения
- 2) Могут не зависеть от формы распределения и быть мало чувствительны к размеру выборок
- 3) Применимы для самых разнообразных типов регрессионных функций, включая кусочно-линейные и нелинейные

Применение методов Монте-Карло

Коэффициенты детерминации на истинной выборке сравниваются с аналогичными коэффициентами на случайных выборках, полученных с помощью генератора случайных чисел (использованы псевдовыборки с гауссовым белым шумом и случайными блужданиями — не стационарным процессом, где гауссов белый шум - приращения, а также полученные из эмпирических данных с использованием методов бутстрапа и перестановочных тестов).

p -значения - доля превышений разности коэффициентов детерминации на истинной выборке аналогичными разностями на случайных выборках

Производственные функции

- Производственная функция — экономико-математическая количественная зависимость между величинами выпуска (количества продукции) и факторами производства, такими как затраты ресурсов, уровень технологий.
- Спецификации: функции Кобба-Дугласа, CES, Леонтьева и другие.

Функция Кобба-Дугласа

- Функция Кобба-Дугласа описывается формулой (Cobb, Douglas, 1928):

$$Y = AK^\alpha L^\beta,$$

- где Y – выпуск продукции (или в макроэкономике валовой внутренний продукт), K – капитал (или основные фонды), L – труд (который может характеризоваться количеством работников в стране), α — константа (коэффициент эластичности производства по капиталу K), β — константа, коэффициент эластичности производства по труду L , A - константа, зависящая от факторов, не обусловленных затратами труда или капитала, например, от уровня технологий.
- $\alpha + \beta$ – отдача от масштаба.

Отдача от масштаба, как эмерджентная характеристика.

- $\alpha + \beta = 1$ – постоянная отдача (взаимная нейтральность подсистем и суперпозиция).
- $\alpha + \beta < 1$ – убывающая отдача (подсистемы мешают друг другу).
- $\alpha + \beta > 1$ – возрастающая отдача (подсистемы усиливают друг друга).

Если сделать в функции Кобба-Дугласа замену переменных

$$y=Y/L, k=K/L$$

и прологарифмировать результат, получим следующее выражение:

$$\ln(y)=\ln(A)+\alpha \ln(k)+(\alpha+\beta-1)\ln(L)+\varepsilon.$$

При выполнении условия $\alpha+\beta=1$ коэффициент при $\ln(L)$ обнуляется, что приводит к модели парной регрессии.

Альтернативная замена переменных:

$$y=Y/K, l=L/K$$

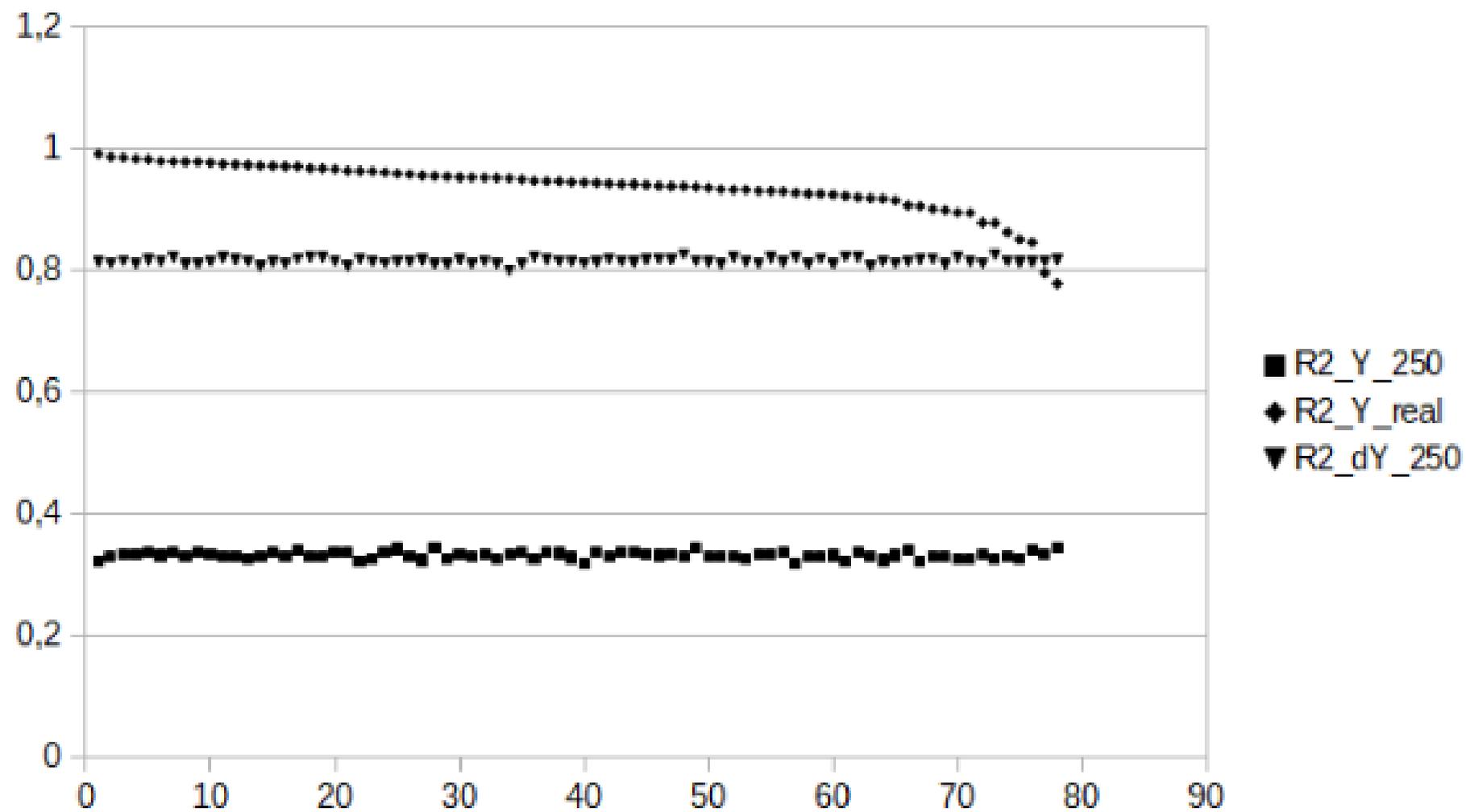
в результате неё получаем модель вида:

$$\ln(y)=\ln(A)+\beta \ln(l)+(\alpha+\beta-1)\ln(K)+\varepsilon.$$

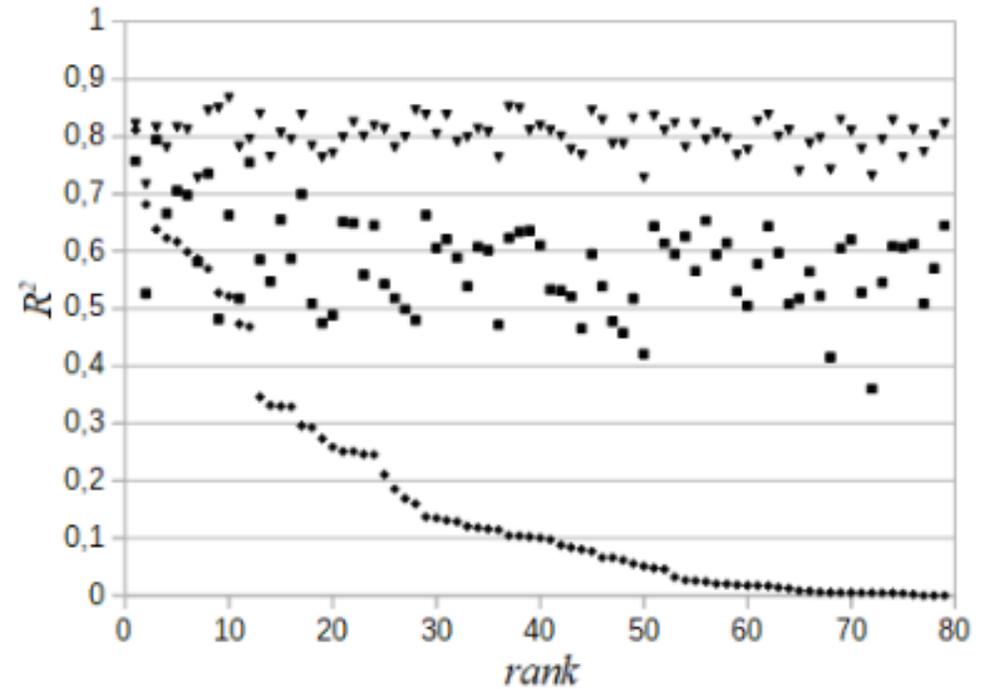
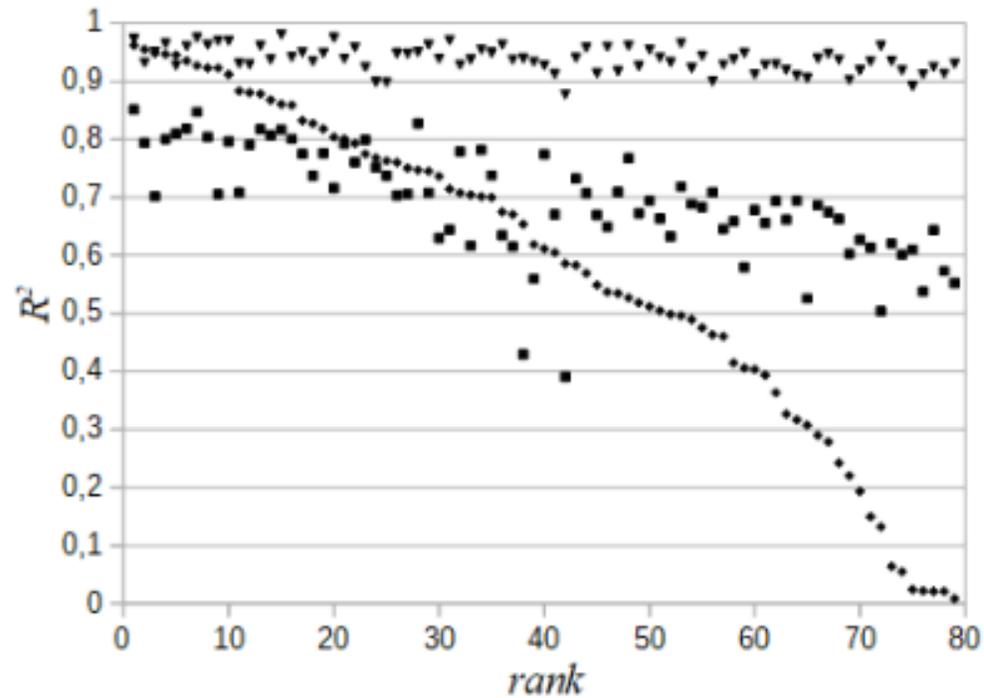
Расчёты на реальных данных

- Проверялись достоверность производственных функций и их отдачи для конкретных реальных экономических систем.
- Сравнительные расчёты проводились на базе данных Росстата для ряда регионов Российской Федерации.

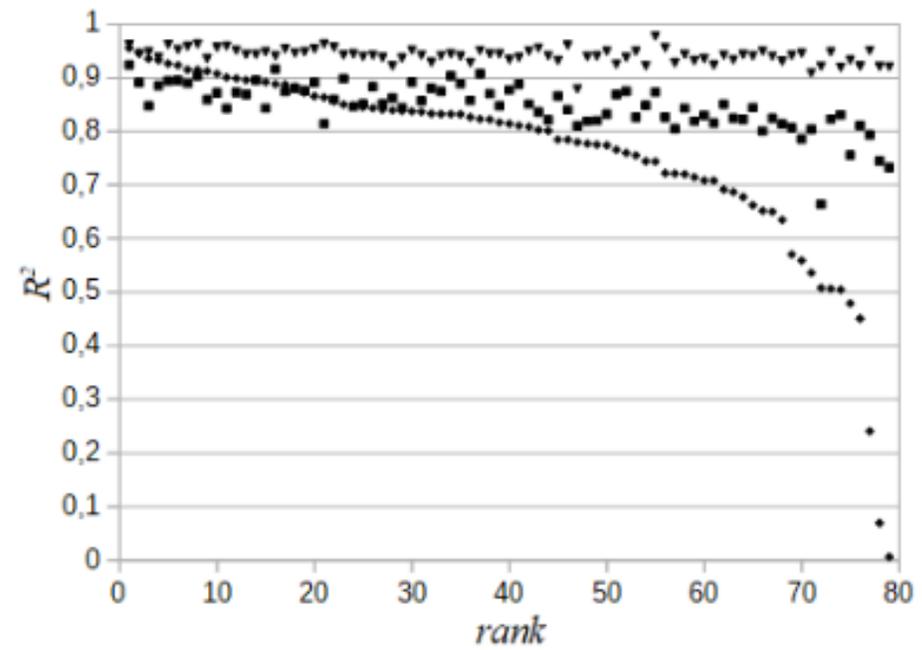
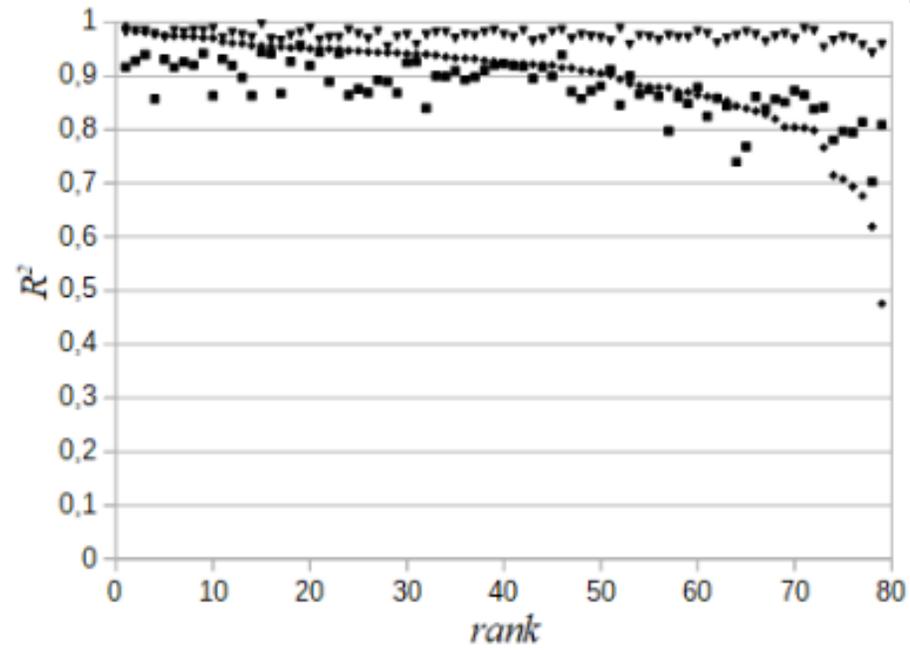
На следующем слайде будет показан сравнительный график использования метода Монте-Карло для аппроксимации данных функцией Кобба-Дугласа (ранговое распределение коэффициентов детерминации).



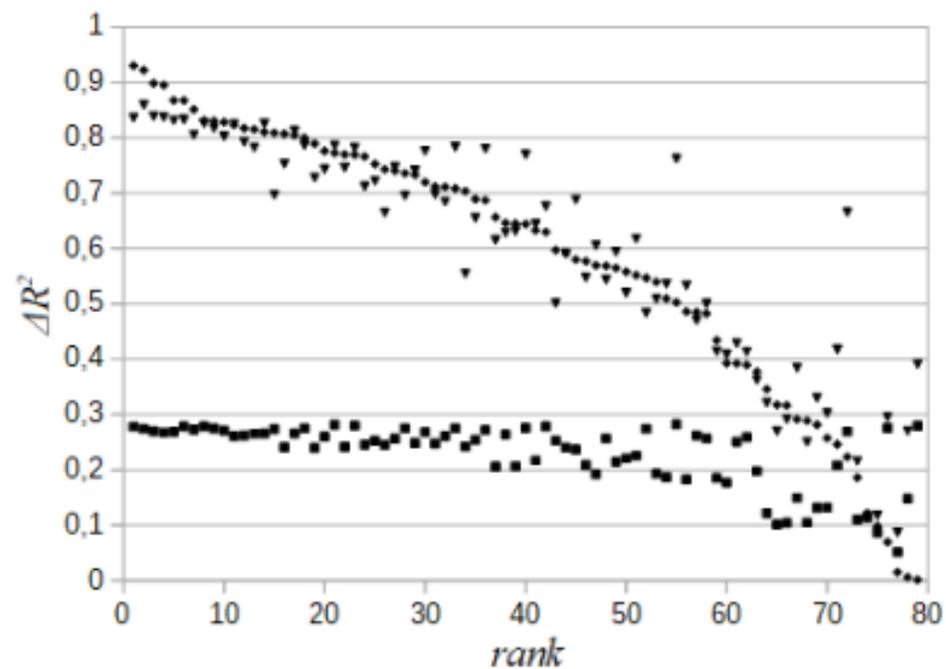
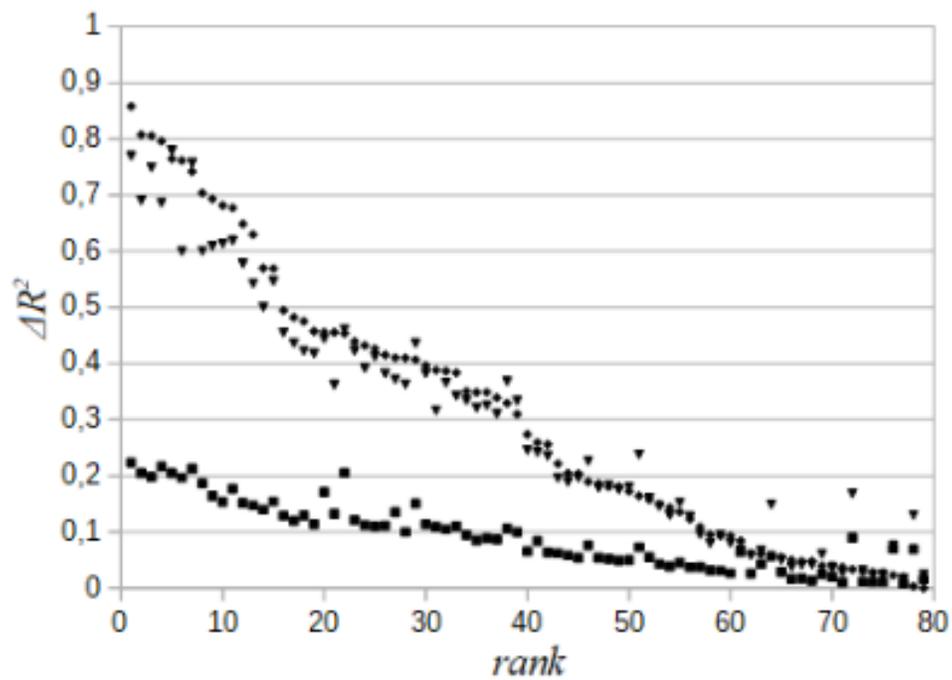
Короткие модели. (здесь и далее с преобразованием — делением на K справа и делением на L - слева)



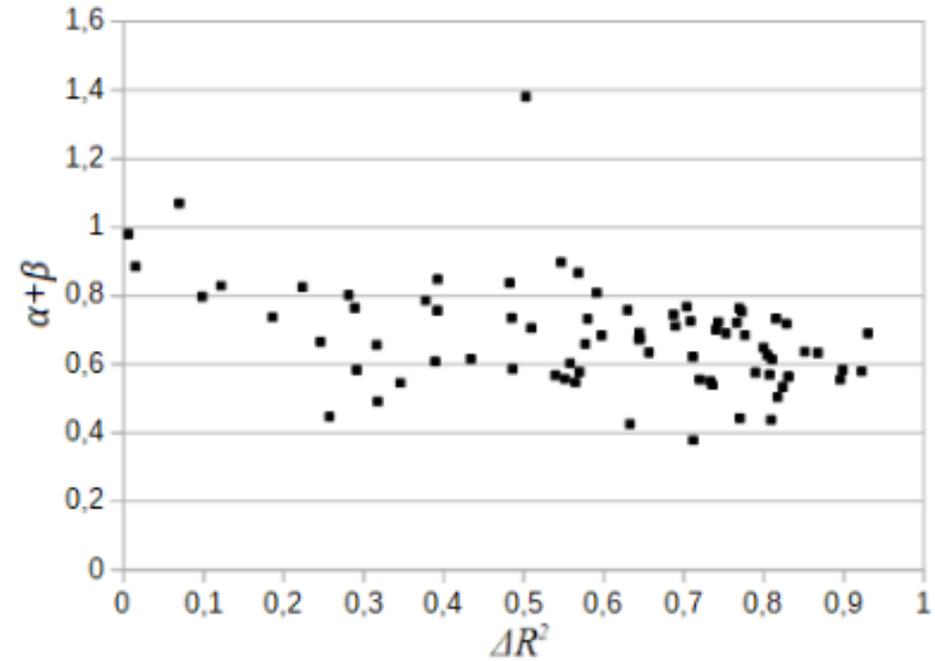
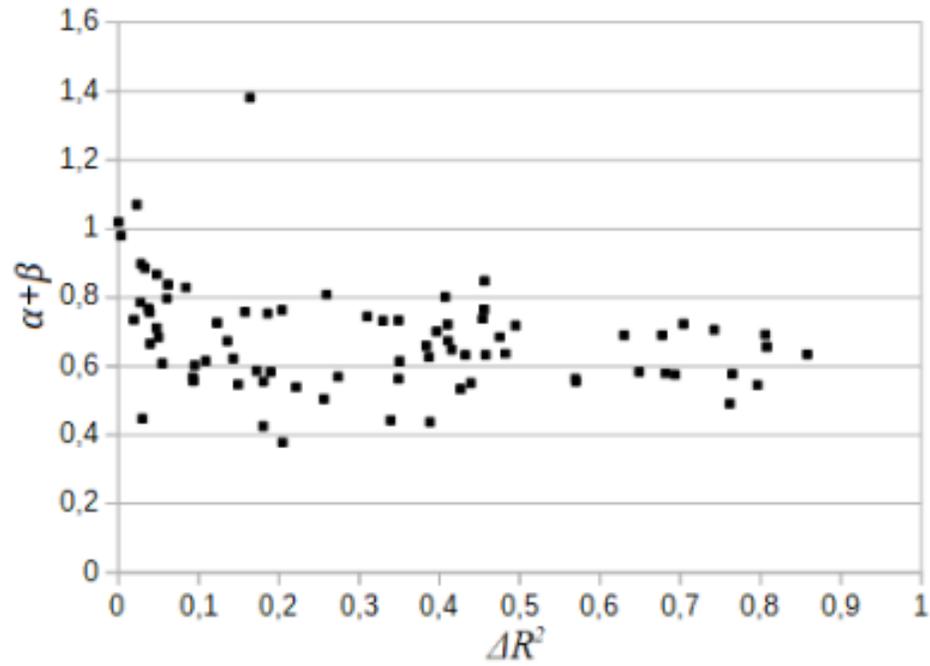
Длинные модели.



Разности в точности моделей.



Достоверность разности моделей и отдача.



Литература:

- H.-,J. Kim, M. P. Fay, E. J. Feuer, D.N. Midthune. Permutation tests for joint point regression with applications to cancer rates. // Stat. Medicine 2000, 19(3):335–351.
- A. Zeileis, T. Hothorn. A toolbox of permutation tests for structural change // Statistical Papers 2013. 54 (4), p. 931-954
- I.L. Kirilyuk, A.V. Kuznetsova, O.V. Sen'ko, A.M. Morozov. Method for detecting significant patterns in panel data analysis // Pattern Recognition and Image Analysis (Advances in Mathematical Theory and Applications), 2017, V. 27, № 1. p. 94-104.
- И. Л. Кирилюк Модели производственных функций для российской экономики // Компьютерные исследования и моделирование, 2013, т. 5, № 2, с. 293-312.
- И.Л. Кирилюк Экономико-математические модели для исследования мезоуровня экономики // Journal of institutional studies, 2017, V. 9, № 3, p. 50-63.

Спасибо за внимание!