

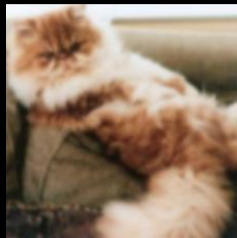
# Об алгебраических свойствах операций, используемых при построении современных свёрточных нейронных сетей

Фадеев Е. П., Зубюк А. В.  
<http://NeuroFuzzy.phys.msu.ru>,  
[fadeevegor@yandex.ru](mailto:fadeevegor@yandex.ru),  
[zubuk@cmpd2.phys.msu.ru](mailto:zubuk@cmpd2.phys.msu.ru)

## Непредсказуемость поведения искусственных нейронных сетей



Перс. кот



Карл. пудель



Карл. пудель

S. Dodge and L. Karam, "Understanding How Image Quality Affects Deep Neural Networks",  
**ArXiv e-prints**, 2016. [arXiv: 1604.04004](https://arxiv.org/abs/1604.04004) [cs.CV]

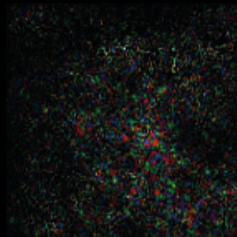
# Непредсказуемость поведения искусственных нейронных сетей



Кит



Черепаха



S. Moosavi-Dezfooli, A. Fawzi, and P. Frossard, “Deepfool: A simple and accurate method to fool deep neural networks”, in **CVPR**, 2016, pp. 2574–2582

# Непредсказуемость поведения искусственных нейронных сетей



Корабль  
Автомобиль



Лошадь  
Лягушка



Автомобиль  
Самолёт



Птица  
Лягушка



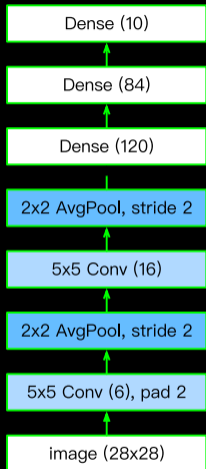
Корабль  
Самолёт



Кошка  
Собака

J. Su, D. Vasconcellos Vargas, and S. Kouichi, "One pixel attack for fooling deep neural networks", [ArXiv e-prints](#), Oct. 2017. arXiv: 1710.08864 [cs.LG]

# Архитектура свёрточных нейронных сетей



## ► Свёртка ( $C$ )

Выделение признаков (выделение краёв объектов и др.) на изображении на разных масштабах, одинаковое внимание к всем областям изображения.

## ► Пулинг ( $P$ )

Уменьшение размерности, выделение полезной и отсеивание лишней информации.

## ► Активация

Нелинейность.

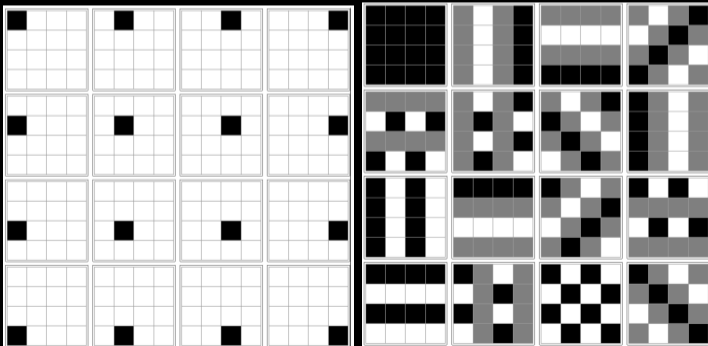
Y. Lecun et al., "Gradient-based learning applied to document recognition", **Proceedings of the IEEE**, vol. 86, pp. 2278–2324, Dec. 1998. DOI: 10.1109/5.726791

## Алгебраические свойства операций

Предлагается рассматривать изображения как элементы эвклидова пространства  $\mathbb{R}^n$  со скалярным произведением

$$(X, Y) = \sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^w X_{ij} Y_{ij},$$

где  $X, Y$  — изображения,  $h$  и  $w$  — высота и ширина изображений соответственно.



- ▶ **Свёртка** — линейное преобразование с сингулярным базисом Фурье (с последующим добавлением смещения в исходном базисе), т.е.

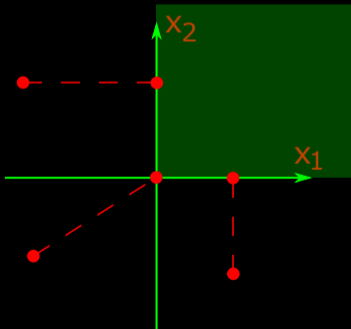
$$Cu_i = \lambda_i v_i, \quad i = 1, \dots, M,$$

$$Cu_i = 0, \quad i = M + 1, \dots, N.$$

Здесь  $C : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^M$  — оператор свёртки,  $\{u_i\}_{i=1, \dots, N}$  — базис Фурье в исходном пространстве  $\mathbb{R}^N$ ,  $\{v_i\}_{i=1, \dots, M}$  — базис Фурье в пространстве образов  $\mathbb{R}^M$ .

## Алгебраические свойства операций

- ▶ **Max-pooling** — Нелинейное (кусочно-линейное) преобразование, которое применяется к группе компонент в исходном базисе.
- ▶ **Активация** — Покомпонентное нелинейное преобразование в исходном базисе. ReLU — кусочно-линейное преобразование, которое можно рассматривать как проекцию на не отрицательный ортант.

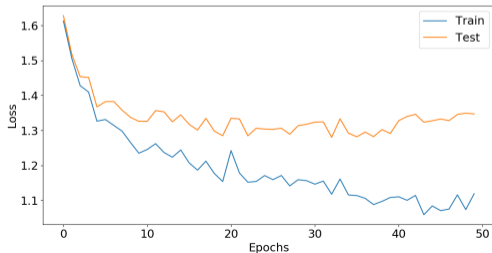
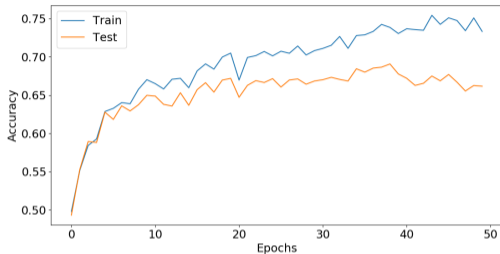
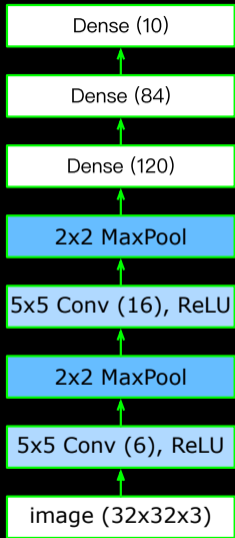




## Идея исследования

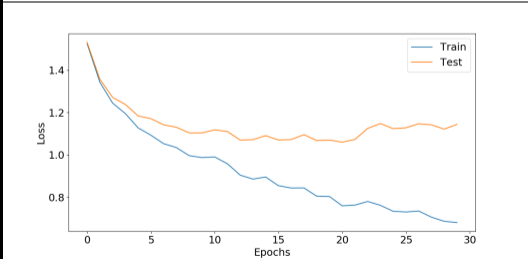
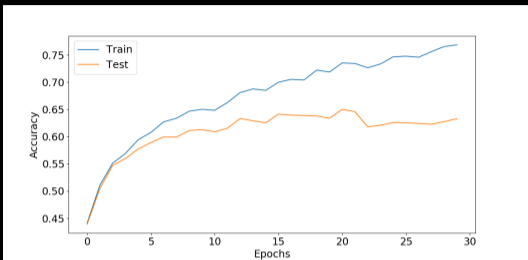
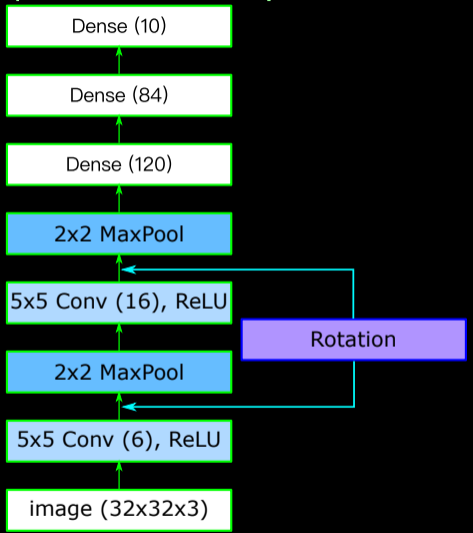
Действие свёрточной нейронной сети можно рассматривать, как композицию растяжений в одном базисе и нелинейных преобразований в другом базисе. Успех нейронных сетей обеспечивается поочередным применением этих операций.

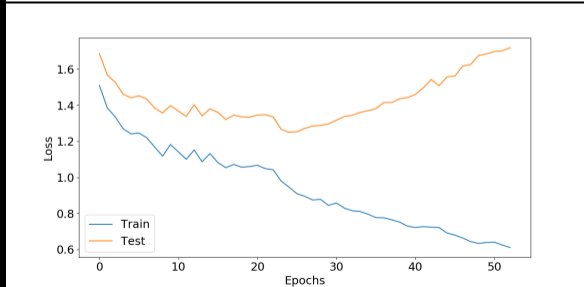
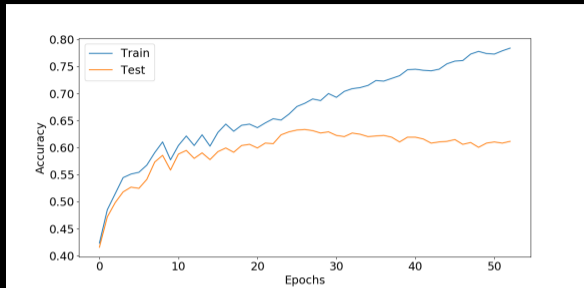
# Стартовая архитектура



Количество параметров 62006  
 Пиковая точность 0.68

# Добавление поворота





Количество параметров 48844  
 Пиковая точность 0.63

Спасибо за внимание!