



Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Факультет вычислительной математики и кибернетики

Кафедра математических методов прогнозирования

Стёпина Александра Михайловна

# Пространственная реконструкция формы объектов по изображениям параллельных сечений

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

**Научный руководитель:**

д.т.н., профессор

Л. М. Местецкий

Москва, 2018

# Содержание

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Обзор методов восстановления поверхности</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Постановка задачи и терминология</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Описание алгоритма</b>	<b>6</b>
<b>5</b>	<b>Предобработка</b>	<b>6</b>
<b>6</b>	<b>Построение полигональной структуры</b>	<b>7</b>
6.1	Определение области интереса . . . . .	7
6.2	Срединный скелет . . . . .	8
6.3	Задание высот . . . . .	9
6.4	Построение соответствия . . . . .	11
<b>7</b>	<b>Получение гладкой поверхности</b>	<b>12</b>
<b>8</b>	<b>Эксперименты</b>	<b>14</b>
<b>9</b>	<b>Заключение</b>	<b>18</b>

## **Аннотация**

Рассматривается задача восстановления формы пространственного объекта по изображениям параллельных плоских сечений, причём данные сечения могут быть различно расположены друг относительно друга при проекции их на одну плоскость и иметь различающуюся топологическую структуру (например, различное количество контуров). Данная задача возникает в области медицинской визуализации, существуют различные подходы решения, но они не лишены недостатков.

В работе предлагается алгоритм, использующий геометрический скелет для построения сетки соответствия между сечениями и технологии Т-сплайнов для сглаживания результата. Таким образом, он совмещает в себе достоинства существующих методов и предлагает ускорение за счёт использования срединного скелета.

# 1 Введение

В компьютерной графике и компьютерном зрении трёхмерная реконструкция – это процесс получения формы и облика реальных объектов. Существуют различные постановки задач в зависимости от входных данных (облака точек, изолинии...). В данной работе в качестве входных данных рассматриваются изображения параллельных плоских сечений без наложения ограничений на их расположение. Такая задача возникает прежде всего в области медицинской визуализации при использовании сканирующих аппаратов, при оцифровке объектов, в географических информационных системах при геодезическом сканировании. Существует несколько различных подходов к решению проблемы. Наиболее близкие к данной работе описаны в статье Gil Varequet et al «Straight-Skeleton Based Contour Interpolation» [7] и дипломной работе Миняйлова [8]. В отличие от первой работы в описанном далее алгоритме используется не прямолинейный скелет, а скелет срединных осей. Во второй же работе рассматривается лишь простейший случай вложенности плоских сечений. Кроме того ниже предложено использование T-сплайнов для сглаживания полученной сетки соответствия, что позволяет избавиться от шумов и получить более реалистичную поверхность.

## 2 Обзор методов восстановления поверхности

Существует множество статей по данной тематике, использующих различный формат входных данных. Будем рассматривать статьи, связанные с восстановлением поверхности по изолиниям.

Самый простейший вариант расположения конуртов - прямая вложенность - встречается в задачах восстановления рельефа [17] - [19]. Говоря о задачах восстановления земной поверхности, можно выделить две модели восстановления - нерегулярная триангуляционная сетка и регулярная сетка высот. Представителями первой идеи являются работы [19], [18]. После построения триангуляционной сетки в первом случае добавляются дополнительные точки для разрешения «плоских треугольников» (например, три смежные вершины треугольника Делоне имеют пустую окружность), во втором же согласно некоторым эвристическим правилам добавляются или поворачиваются рёбра триангуляции для уменьшения количества локальных минимумов. В работе [17] строится регулярная сетка высот: для каждой точки при задании высоты рассматриваются два ближайших слоя (каждый слой образован двумя конутрами одной высоты).

Наиболее интересными для нашей работы являются работа [8], в которой используется срединный скелет, построенный в слое, что позволяет автору получить результат, обладающий свойством гидрологической корректности, и работа 2017 года [23], использующая прямолинейный скелет в сочетании с B-сплайнами, в которой по вручную нарисованным конутрам создаётся модель местности, на которую автоматически

размещается трехмерная городская модель.

Обратимся к восстановлению произвольной поверхности: методы можно разделить на три категории - интерполяцию, минимизацию энергии и другие методы.

Энергетический подход избегает сложной обработки бифуркации контуров (в случае различного количества контуров в сечениях), но построенная поверхность не проходит строго через все заданные контура. Представителем подхода является работа [12], в которой решается задача минимизации с ограничениями, полученная на основе энергии поверхности (с использованием градиента нормали) и уровней функции поперечных сечений (для прохождения поверхности через контура).

Часть работ используют так называемые поля 2D расстояний - массивы кратчайших расстояний от текущей точки до замкнутого контура. [10] [11] [13]. Например, авторы [13] фокусируются, в отличие от большинства работ, не на робастности метода, а на качестве аппроксимации. Качество при построении полей 2D расстояний падает вблизи касательных сечений из-за сингулярного поведения функции знакового расстояния. Для устранения проблемы авторы для каждой линии используют квази-интерполяционный оператор и вычисляют ошибки приближения, применяя описанную в работе процедуру сингулярной аппроксимации.

Ряд работ имеет в основе алгоритм из трёх этапов - стыковки контуров, построении сетки и разрешения проблемы разного количества контуров. [10], [14], [15]. Авторы [23] рассматривают задачу, в которой входными данными являются две плоскости, первая из которых включает единственный контур, другая несколько непересекающихся замкнутых контуров меньшего размера. Производится стыковка контуров - построение начальной сетки, затем происходит добавление дополнительных рёбер - обогащение сетки, используемой для окончательной кубической T-сплайновой генерации поверхности. В работе [7] рассматривается ситуация любого вида и количества контуров. Предложенный нами алгоритм во многом опирается на разработки авторов, например, для обработки пересекающихся контуров, в работе предложено построение симметрической разности для соседних сечений. Мы дорабатываем предложенный в статье алгоритм, используя срединный скелет вместо прямолинейного и предлагаем последующее сглаживание при помощи T-сплайнов.

### 3 Постановка задачи и терминология

Дан набор изображений  $I_1, I_2, \dots, I_m$  - параллельных секущих плоскостей объекта  $O$ , имеющих размерность  $W \times Z$ . Введём в пространстве систему координат так, что

$$I_k = \{(x, y, z) : 0 \leq x \leq W, 0 \leq y \leq Z, z = \text{const}_k\}$$

Тогда каждому изображению  $I_1, I_2, \dots, I_m$  будет соответствовать высота  $H(I_1), H(I_2), \dots, H(I_m)$ , соответствующая значению координаты  $z$ .

**Определение.** *Сечением объекта* назовём множество точек  $P_k = \{(x, y)\}$  изображения, принадлежащих объекту, то есть  $P_k = O \cap I_k, k \in \{1, \dots, m\}$ .

**Определение.** *Слой объекта* - поверхность объекта, ограниченная двумя соседними секущими плоскостями.

**Общая постановка задачи** По входным параллельным сечениям объекта  $P_1, P_2, \dots, P_m$  найти множество точек  $LO' = \{(x, y, z)\}$ , задающее объёмное описание поверхности объекта  $O$ . (Рисунок 1)

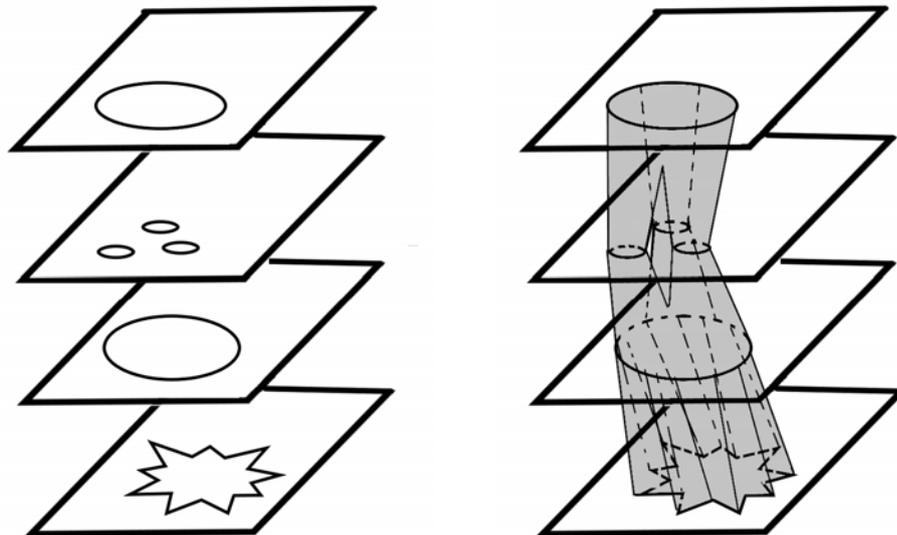


Рис. 1: Входные сечения и восстановленная поверхность объекта

**Частная постановка задачи** Задачу восстановления поверхности разобьём на подзадачи. Будем рассматривать последовательно независимо друг от друга слои объекта, то есть в качестве исходных данных возьмём два последовательных сечения  $P_k, P_{k+1}$  для произвольного  $k$  и будем искать подмножество  $LO'' \subseteq LO', LO'' = \{(x, y, z) : H(I_k) \leq z \leq H(I_{k+1})\}$ , описывающее поверхность объекта в слое. (Рисунок 2)

Упростим обозначения: даны два последовательных сечения  $P_1, P_2$  с высотами  $H_1, H_2$ .  
Найти описание поверхности.

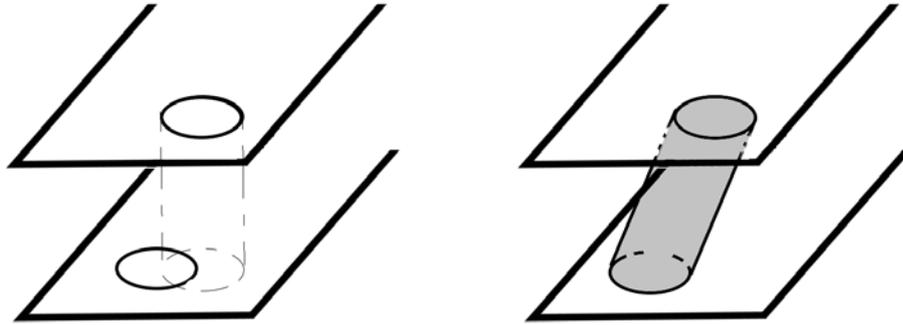


Рис. 2: Входные сечения и восстановленная поверхность в слое

## 4 Описание алгоритма

Предложенный алгоритм состоит из трёх этапов, которые представлены на блок-схеме (Рис. 3). Этапы выделены в прямоугольники, на соединяющих элементах представлен промежуточный тип данных между этапами.



Рис. 3: Этапы алгоритма

На первом этапе растровые сечения аппроксимируются многоугольниками, затем происходит построение сетки соответствия с использованием срединного скелета и присваивание высот точкам данной сетки. На последнем этапе происходит сглаживание полученной сетки с использованием технологий Т-сплайнов.

Следующие разделы описывают алгоритм более детально.

## 5 Предобработка

Первым этапом алгоритма является предобработка. На вход подаются растровые изображения  $I_1, I_2$ ; необходимо представить контура сечений  $L_1, L_2$  ломаными без са-

мопересечений.

Для этого бинаризуем входные изображения так, чтобы белые пиксели соответствовали точкам сечений - дискретным фигурам  $P_1, P_2$ , чёрные - фону (обозначим их  $BI_1, BI_2$ ). Следующим шагом построим по полученным дискретным фигурам их непрерывное представление: в каждом граничном коридоре построим разделяющий многоугольник минимального периметра, где граничный коридор - это связное множество треугольников, соответствующее замкнутому контуру границы. Ломаная, представляющая собой стороны построенного многоугольника, обладает следующими свойствами: минимальной длиной, малым числом вершин; кроме того границы полученных непрерывных многоугольных фигур не пересекаются. [21]

Таким образом, получим аппроксимацию: на Рис. 4 справа изображён пример контура сечения, слева - его кусочно-линейная аппроксимация.

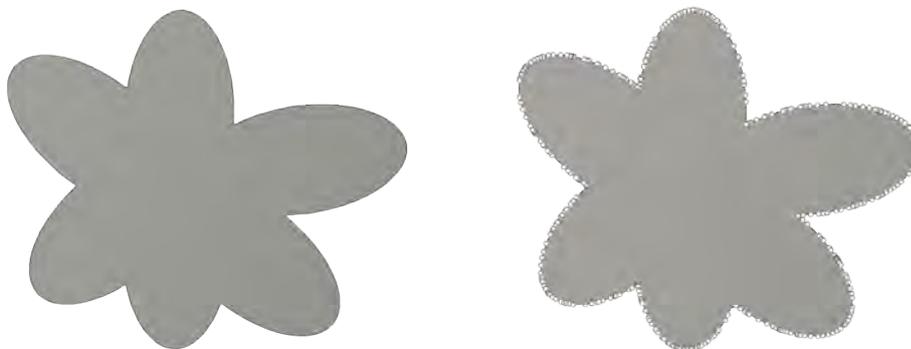


Рис. 4: Исходный контур (слева) и его кусочно-линейная аппроксимация (справа)

## 6 Построение полигональной структуры

Построение полигональной структуры соответствия в свою очередь состоит из нескольких этапов: определения области интереса, построения срединного скелета в области интереса, задания высот и построения сетки соответствия.

### 6.1 Определение области интереса

Входом первого этапа построения полигональной структуры являются непрерывные фигуры  $P_1, P_2$ . Для задания соответствия между ними спроецируем одно сечение, не ограничивая общности,  $P_1$  на другое  $P_2$  вдоль направления оси  $Oz$ . Из постановки задачи следует, что данные сечения могут быть произвольно расположены друг относительно друга при проекции: не быть связанными, оказаться вложенными, пересекаться. Для обработки всех случаев найдём симметрическую разность сечений  $P = P_1 \triangle P_2$ .

Нахождение симметрической разности можно осуществлять растрово, то есть для исходных бинарных изображений  $BI_1, BI_2$ , полученных в процессе предобработки выполнить попиксельную операцию XOR:  $BI = (bi_{ij}) : bi_{ij} = bi1_{ij} \oplus bi2_{ij}$ , где  $BI_1 = (bi1_{ij}), BI_2 = (bi2_{ij})$ . Затем выполнить аппроксимацию контура полученной растровой фигуры  $P$  на изображении  $BI$ . При таком подходе возникают сложности с определением точек пересечения, совпадения границ.

Другой подход заключается в нахождении симметрической разности многоугольных фигур  $P_1, P_2$ , для которого известны эффективные алгоритмы (например, [20]). Такой подход позволяет не только находить точки пересечения напрямую, но и выигрывает по скорости.

Обозначим границу полученного множества  $P$  за  $L$ . На Рис. 5 изображены примеры симметрической разности (полученная фигура  $P$  - область интереса, закрашена серым).



Рис. 5: Слева случай пересекающихся сечений, справа - вложенных сечений

## 6.2 Срединный скелет

Одна из важных идей, используемых в работе, заключается в использовании срединного скелета для построения сетки соответствия в области интереса. На предыдущем этапе была построена область интереса  $P$ , необходимо построить в ней скелет  $S$ .

Для использования понятия скелета введём дополнительные определения (из [21]).

**Определение.** *Пустым кругом* - фигуры  $A$  называется замкнутое множество точек  $S_r(p) = \{q : q \in R^2, d(p, q) \leq r\}$  такое, что  $S_r(p)$ .

*Максимальным пустым кругом* называется пустой круг, который не содержится ни в одном другом пустом круге. Также будем называть вписанным кругом.

**Определение.** *Скелет фигуры* - множество точек-центров всех вписанных кругов фигуры.

Для сравнения нам понадобится понятие прямолинейного скелета.

**Определение.** *Прямолинейный скелет многоугольника* - это множество кривых, по которым проходят вершины в процессе сжатия - процессе, при котором все рёбра многоугольника движутся параллельно себе с постоянной скоростью.

В отличие от прямолинейного скелета срединный скелет может включать параболические кривые, что позволяет более точно описывать форму объекта. Кроме того срединный скелет обладает некоторыми дополнительными свойствами:

- Математически обоснован - существует строгое определение, прямолинейный скелет определяется построением.
- Вычислительно эффективен. Построение за  $O(n \log n)$  [21] против  $O(n^2 \log n)$  для прямолинейного (в лучшем случае  $O(n \log n \log r + r^{17/11+\epsilon})$  [27]). (где  $n$  — число вершин входного многоугольника,  $r$  - число вершин, для которых угол между рёбрами, измеренный внутри полигона больше 180.)

Пример на рисунке 6 : скелеты выделены красным ломаными.

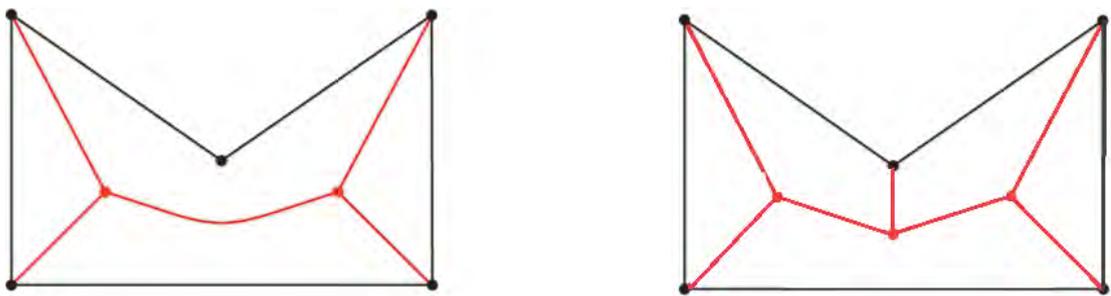


Рис. 6: Слева изображён срединный скелет, справа прямолинейный

Построенный скелет в области интереса на Рис. 7.

### 6.3 Задание высот

Этап предполагает задание высот точкам скелета  $S$  и границы  $L$  области интереса  $P$ .

Определим высоту для границы. Заметим, что граница  $L$  по построению состоит из участков контуров  $L_1, L_2$ . Данные контура могут частично совпадать, исходя из условия о произвольности размещения сечений, поэтому при задании высоты необходимо рассмотреть 3 случая:

- Точкам из множества  $L \cap (L_1 \setminus L_2)$  поставить в соответствие  $H_1$
- Аналогично точкам из множества  $L \cap (L_2 \setminus L_1)$  поставить в соответствие  $H_2$
- Оставшимся точкам из множества  $L \cap L_1 \cap L_2$  временно задать высоту как  $\frac{H_1+H_2}{2}$



Рис. 7: Скелет в области интереса

Необходимо для всех точек скелета  $(x, y) \in S$  задать значение высоты.

**Определение.** Скелет представляет собой геометрический граф, состоящий из конечного числа отрезков прямых и парабол. Будем называть концевые точки данных отрезков *узлами скелета*.

Для дальнейшего построения структуры соответствия нас будут интересовать лишь высоты узлов скелета.

**Определение.** Будем называть *срединными узлами* скелета - узлы, ближайшие граничные точки которых расположены на отрезках границы с различным значением высоты или на отрезках, принадлежащих «дырам» одинаковой высоты.

**Определение.** Будем называть *граничными узлами* скелета - узлы, не являющиеся срединными.

Поясним определения. На изображении 8 слева выделены некоторые срединные узлы, справа - граничные. Как было описано выше, граница  $L$  по построению состоит из участков контуров  $L_1, L_2$ . Для срединных узлов скелета одна из ближайших граничных точек принадлежит  $L_1$ , вторая  $L_2$  (например, точки 1, 2) или обе принадлежат «дырам» одной границы. (например, точки 3, 4).

Пусть узлы скелета - вершины некоторого графа  $G$ , а рёбра графа - отрезки их соединяющие. Сформулируем утверждение.

**Утверждение.** При удалении срединных узлов скелета и инцидентных им рёбер из графа  $G$ ,

- 1) полученный граф будет состоять из компонент смежности - деревьев
- 2) существует одно ребро, соединяющее каждое дерево с срединным узлом
- 3) при добавлении описанного ребра с инцидентной вершиной компоненты смежности останутся деревьями

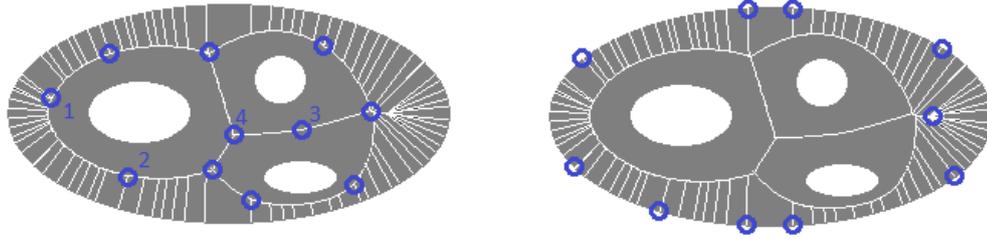


Рис. 8: Срединные и граничные узлы скелета

Циклы в скелетном графе возникают при наличии «дыр» и определяются срединными узлами. Для простого многоугольника сам скелет - дерево. Поэтому при удалении срединных узлов останется граф, состоящий из деревьев.

Построим описанные деревья и зададим в качестве корня срединный узел. Зададим высоты для узлов скелета:

- Срединным узлам сопоставим высоту  $\frac{H_1+H_2}{2}$ .
- Высоту граничных узлов будем вычислять в каждом дереве отдельно обходом, начиная с корня, интерполируя значение высоты исходя из высоты предка  $H(v)$  и высоты ближайшего контура  $H(L)$  по формуле  $H(v)\frac{d_L}{d_v+d_L} + H(L)\frac{d_v}{d_v+d_L}$ , где  $d_v, d_L$  расстояния от граничного узла до предка и ближайшего контура соответственно.

## 6.4 Построение соответствия

Построение соответствия заключается в разбиении области интереса  $P$  на подобласти при помощи так называемой сетки. Будем строить её следующим образом : для каждого узла скелета будем опускать перпендикуляры на ближайшие отрезки границы. Таким образом получим полигональную структуру соответствия для сечений  $P_1, P_2$ . На Рис. 9 пример структуры: чёрными линиями обозначена сетка соответствия, белые - линии скелета. Трёхмерное изображение структуры на Рис. 11, на котором зелёным выделен скелет.

Стоит заметить, что для точек из множества  $L \cap L_1 \cap L_2$  временно была задана высота как  $\frac{H_1+H_2}{2}$ . Теперь необходимо их «раздвоить» - каждой такой точке  $C(x, y, \frac{H_1+H_2}{2})$  поставим в соответствие ещё две точки -  $A(x, y, H_1), B(x, y, H_2)$ . Пример на Рис. 10: скелетные линии выделены белым, граница чёрным.



Рис. 9: Пример структуры соответствия



Рис. 10: Раздвоение точки

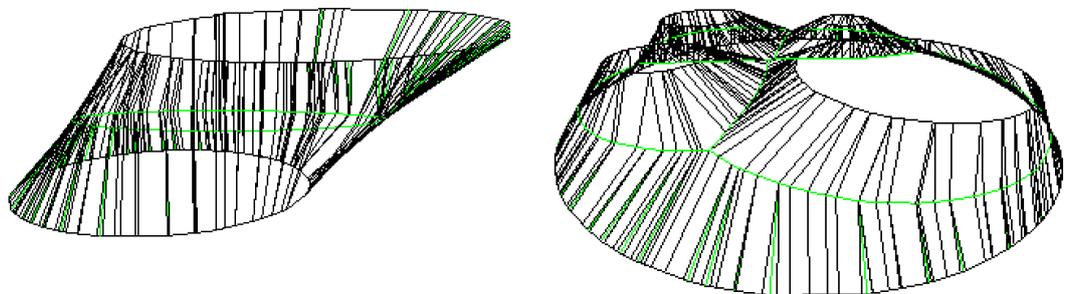


Рис. 11: Пример объёмного слоя

## 7 Получение гладкой поверхности

Для получения гладкой поверхности предлагается использование Т-сплайнов к построенной сетке.

В данном разделе будем опираться на работу А. Бакенова [25]. Введём некоторые понятия. *В-сплайн* (базисный сплайн) - преодолевает основные ограничения кривой Безье, являющейся фиксированной кривой без локального контроля формы кривой. В-сплайновая кривая представляет собой линейную комбинацию контрольных точек

с весами, описываемыми базисными функциями. Каждая из контрольных точек ( $p_i$ ) связана со своей собственной базисной функцией и влияет на форму кривой. (Пример кривой на Рис. 12) Кривая В-сплайна определяется как:

$$P(t) = \sum_{i=1}^n p_i B_i^d(t),$$

где  $B_i^d(t)$  базисная функция, которая определяется по индукции как:

$$B_i^0(t) = \begin{cases} 1, & \text{если } t_i \leq t \leq t_{i+1}; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

$$B_i^k(t) = \omega_i^k(t) B_i^{k-1}(t) + (1 - \omega_{i+1}^k(t)) B_{i+1}^{k-1}(t),$$

где

$$\omega_i^k(t) = \begin{cases} \frac{t-t_i}{t_{i+k-1}-t_i}, & \text{если } t_i \neq t_{i+k-1}; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

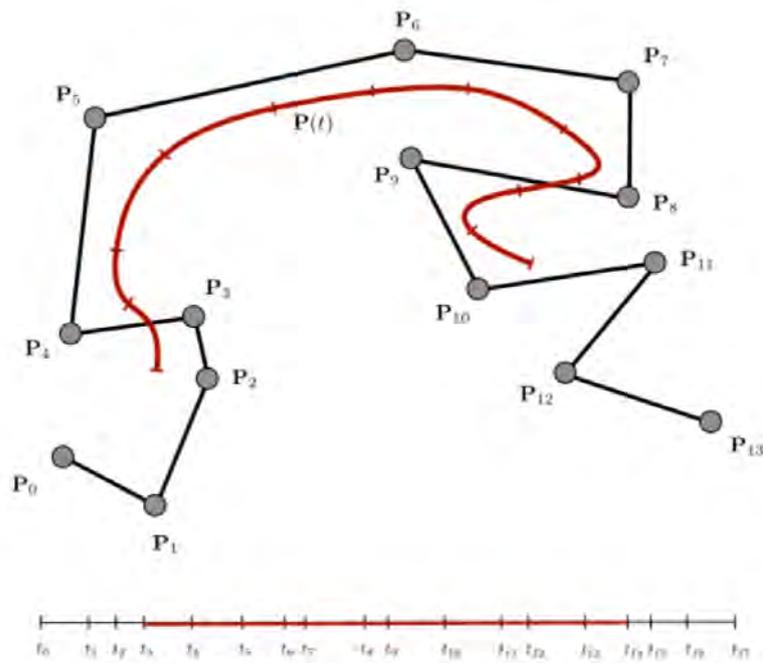


Рис. 12: В-сплайн

Мощным расширением В-сплайнов являются *неравномерные рациональные В-сплайны (NURBS)*. Подобно В-сплайнам, они определяются порядком, вектором узлов и набором контрольных точек, но в отличие от простых В-сплайнов контрольные точки имеют вес. (Когда вес равен 1, NURBS является просто В-сплайном). Выражается как

$$C(t) = \frac{\sum_{i=1}^n p_i w_i B_i^d(t)}{\sum_{i=1}^n w_i B_i^d(t)},$$

$w_i$  - вес для каждой из контрольных точек. Поверхность NURBS получается как тензорное произведение двух кривых NURBS.

В обычных поверхностях, образованных тензорным произведением B-сплайнов или NURBS, область представляет собой прямоугольную сетку, рёбра которой представляют собой контрольные линии. Соответственно, контрольная сетка имеет прямоугольную топологию, где каждая грань имеет четыре ребра, каждое ребро определяется двумя вершинами, и каждая вершина имеет валентность четыре, за исключением вершин на границах. Такая сетка часто слишком ограничительна для целей моделирования.

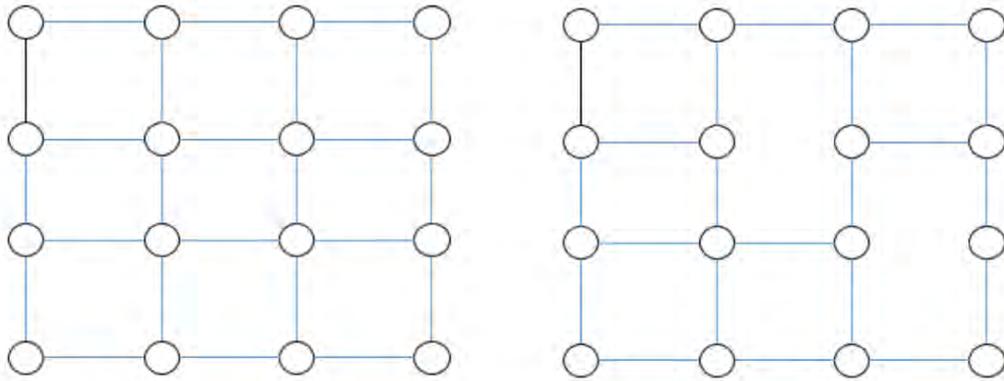


Рис. 13: Слева - сетка NURBS, справа - T-сетка

T-сплайны преодолевают данное топологическое ограничение B-сплайнов, допуская существование T-переходов ( $\vdash$ ,  $\dashv$ ,  $\perp$ ,  $\top$ ). Различия сеток проиллюстрированы Рис. 13. Таким образом, T-сплайны могут выполнять локальное уточнение и локальную модификацию гораздо более естественным простым способом. Моделирование поверхностей с помощью T-сплайнов может уменьшить количество контрольных точек по сравнению с поверхностями NURBS. T-сплайны могут быть преобразованы в поверхности NURBS путем вставки узлов. В свою очередь NURBS могут быть представлены в виде T-сплайнов путем удаления узлов.

Таким образом, T-сплайны могут делать все, что может сделать NURBS, их использование позволяет уменьшить количество контрольных точек и улучшить локальную модификацию поверхности.

Полученная на предыдущих этапах полигональная структура соответствия представляет собой T-сетку, по которой с помощью T-сплайнов моделируется искомая сглаженная поверхность. (Рис. 14)

## 8 Эксперименты

Даны изображения плоских сечений пространственного биологического объекта. В качестве модельного примера в нашем исследовании используются фотографии срезов моллюсков, полученные в лаборатории Пуцинского естественно-научного института. (Рис. 15, пример бинаризованных изображений на Рис. 16)

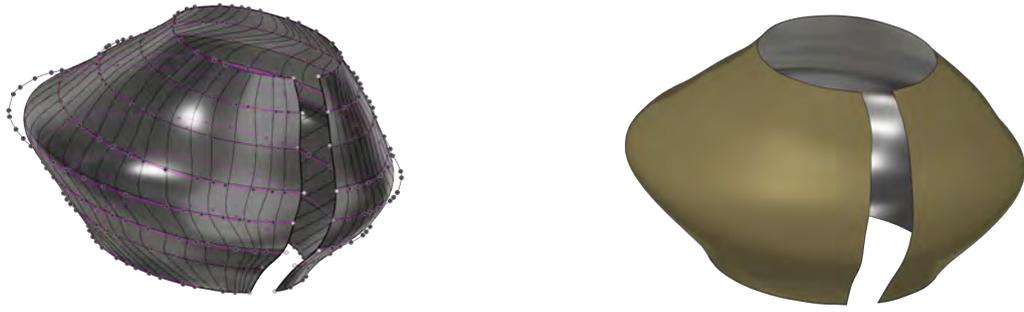


Рис. 14: Пример T-сплайновой поверхности.

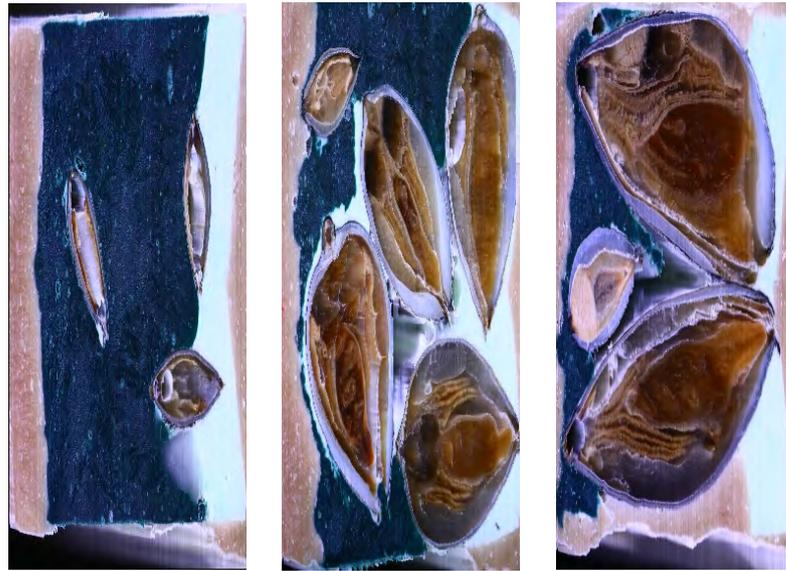


Рис. 15: Пример изображения

### Детали реализации

Для бинаризации изображений была использована нейросеть U-Net: Convolutional Networks for Biomedical Image Segmentation [25]. Было вручную размечено 30 изображений, для увеличения данных использовался метод деформации изображений. Таким образом, обучение проводилось на 743 изображениях, валидация на 186. Модель обучалась порядка 10 эпох (точность 0.97). При реализации алгоритма использовались функции библиотек OpenCV, boost::geometry, OpenGL. При построении T-сплайновой поверхности использовалось программное обеспечение Autodesk Fusion360.

### Оценка сложности

Рассмотрим сложность для интерполяции одного слоя, пусть контуры после аппроксимации кусочно-линейной кривой содержат  $M_1$  и  $M_2$  точек:  $N = M_1 + M_2$ . Для построения симметрической разности многоугольников на основе триангуляции Делоне необходимо  $O(N)$ , для построения триангуляции Делоне  $O(N \log N)$ . Вычислительная



Рис. 16: Бинаризованные примеры изображений

сложность построения скелета  $O(N \log N)$ . Обозначим за  $K$  количество точек скелета. Проходы при задании высот и определении сетки линейны  $O((N + K))$ . Вычислительная сложность применения сглаживания Т-сплайнами согласно [26] является линейной. Таким образом, сложность предложенного метода для интерполяции одного слоя объекта  $O(N \log N)$ , где  $N$  - количество точек после кусочно-линейной аппроксимации контуров.

#### **Некоторые примеры**

По последовательности бинаризованных срезов моллюска на Рис. 17 построена структура соответствия Рис. 18.

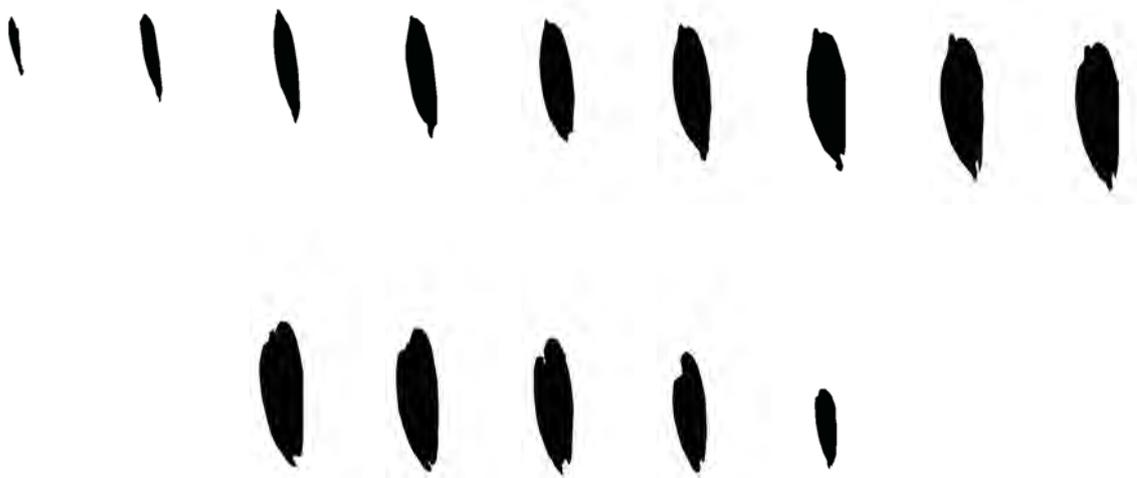


Рис. 17: Бинаризованная раковина

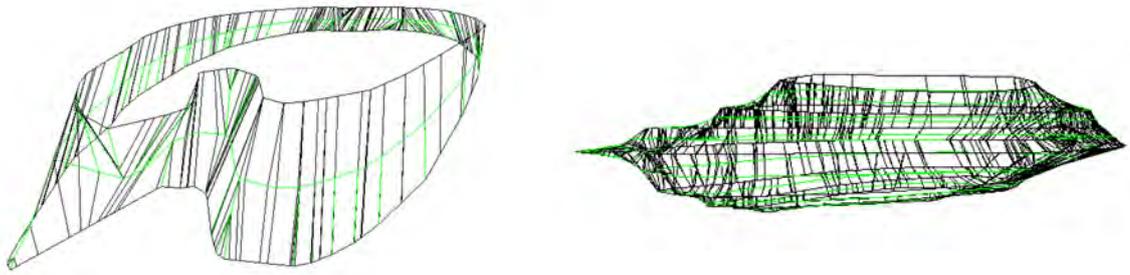


Рис. 18: Восстановленная поверхность

Модельный пример «штаны» на Рис. 19.

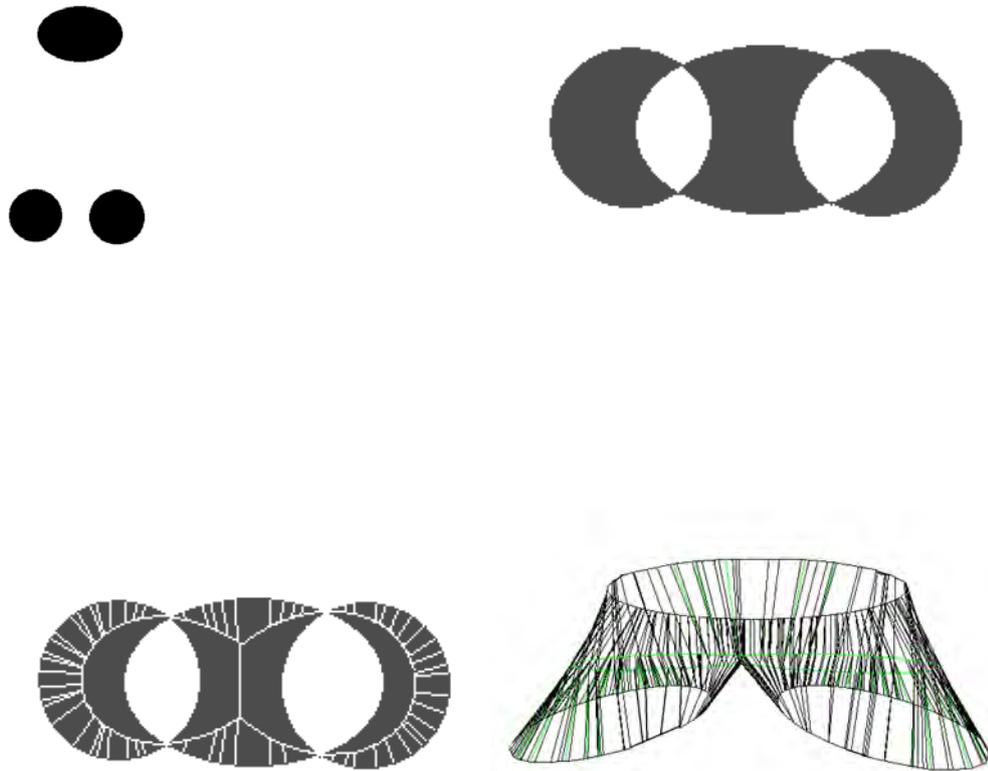


Рис. 19: Модельный пример

## 9 Заключение

Сформулирована задача восстановления формы пространственного объекта по изображениям параллельных сечений. Проведён анализ существующей литературы. Предложена модель восстановления поверхности объекта по изображениям параллельных сечений, предложен метод, который использует срединный скелет, сглаживание при помощи Т-сплайнов и не ограничивает расположение контуров сечений друг относительно друга. Реализовано программное обеспечение, проведены тесты данного алгоритма на реальных и тестовых данных. Полученные результаты были проанализированы визуально.

## Список литературы

- [1] *Bermano, A., Vaxman, A., and Gotsman, C.* Online reconstruction of 3D objects from arbitrary cross-sections *ACM Trans. Graph.* 30, 5, Article 113 (October 2011)
- [2] *Barequet G., Eppstein D., Goodrich M.T., Vaxman A.* Straight Skeletons of Three-Dimensional Polyhedra, 2008. Algorithms - ESA 2008. ESA 2008. Lecture Notes in Computer Science, vol 5193. Springer, Berlin, Heidelberg
- [3] *Gill Barequet, Amir Vaxman* Reconstruction of Multi-Label Domains from Partial Planar Cross-Sections, *Computer Graphics Forum* 28(5):1327-1337, 2009
- [4] *L. Liu, C. Bajaj, J. Deasy, D.A. Low, T. Ju* Surface reconstruction from non-parallel curve networks, *Computer Graphics Forum*, 27 (2008), 155–163.
- [5] *Peter Palfrader* A simple algorithm for computing positively weighted straight skeletons of monotone polygons, *Information Processing Letters*, Volume 115, Issue 2, February 2015, Pages 243-247, 2014
- [6] *Peter Palfrader* Straight Skeletons with Additive and Multiplicative Weights and Their Application to the Algorithmic Generation of Roofs and Terrains *Martin Held, Computer-Aided Design* Volume 92, November 2017, Pages 33-41, 2016
- [7] *Barequet, G., Goodrich, M.T., Levi-Steiner, A., Steiner, D.* Contour interpolation by straight skeletons. *Graphical Models* 66(4), 245–260, 2004
- [8] *Миняйлов Владимир Сергеевич* Дипломная работа студента 517 группы «Интерполяция монотонной функции на основе медиального представления изолиний», 2012
- [9] *Byeong-Seok Shin, Hoe Sang Jung* Contour-Based Terrain Model Reconstruction Using Distance Information, *Computational Science and Its Applications – ICCSA 2005*. Lecture Notes in Computer Science, vol 3482. Springer, Berlin, Heidelberg 2005
- [10] *Reinhard Klein, Andreas Schilling and Wolfgang Straßer* Reconstruction and simplification of surfaces from contours, *Graphical Models*, Volume 62, Issue 6, November 2000, Pages 429-443, 1999
- [11] *T. Möller and R. Machiraju and T. Ertl and M. Chen* Contour-Based Surface Reconstruction using Implicit Curve Fitting, and Distance Field Filtering and Interpolation, *Volume Graphics*, T. Möller, R. Machiraju, T. Ertl, M. Chen (Editors) 2006
- [12] *Sang-Un Kim, Chang-Ock Lee* Accurate Surface Reconstruction in 3D Using Two-dimensional Parallel Cross Sections, *Journal of Mathematical Imaging and Vision* Volume 53, Issue 2, pp 182–195, October 2015

- [13] *Yael Kagan, David Levin* High Order Reconstruction from Cross-Sections, International Conference on Curves and Surfaces, Curves and Surfaces pp 289-303, 2014
- [14] *Ming Zou, Michelle Holloway, Nathan Carr, Tao Ju* Topology-Constrained Surface Reconstruction From Cross-sections, ACM Transactions on Graphics 34(4):128:1-128:10 · July 2015
- [15] *Xu Liu , Xiaojuan Ban, Xiaolei Huang, Xi Liu, Xiaokun Wang* Shape Reconstruction from Cross-sections Based on Free-form Deformations, Journal of computational Information Systems 10:22, 2014
- [16] *Omid Amini, Jean-Daniel Boissonnat, Pooran Memar* Geometric Tomography With Topological Guarantees, ACM. Symposium on Computational Geometry, Jun 2010, Snowbird, United States. pp.200, 2010.
- [17] *Jan Vanek, Bruno Jezek, Eva Milkova* Terrain Reconstruction from Contour Lines, Proceedings of the 3rd International conference on Applied Informatics and Computing Theory (AICT '12), 2012
- [18] *Thierry de Kok, Marc van Kreveld , Maarten Löffler* Generating realistic terrains with higher-order Delaunay triangulations, European Symposium on Algorithms, Algorithms – ESA 2005 pp 343-354, 2005
- [19] *D. Thibault and C. M. Gold* Terrain Reconstruction from Contours by Skeleton Construction, GeoInformatica, December 2000 Volume 4, Issue 4, pp 349–373, 2000
- [20] *М. В. Леонов, А. Г. Никитин* Эффективный алгоритм, реализующий замкнутый набор булевых операций над множествами многоугольников на плоскости. Институт систем информатики им А. П. Ершова СО РАН, 1997.
- [21] *Местецкий Л.М.* Непрерывная морфология бинарных изображений: фигуры, скелеты, циркуляры, Физматлит, 2009.
- [22] *A Ginnis, K Kostas, Panagiotis Kaklis* Construction of Smooth Branching Surfaces using T-splines, Computer-Aided Design 92 · June 2017, 2017
- [23] *Kenichi Sugihara, Takahiro Murase* Automatic Generation of a 3D Terrain Model From Key Contours, Cyberworlds (CW), 2017 International Conference on 2017, 2017
- [24] *Almaz Bakenov* T-Splines: Tensor product B-spline surfaces with T-Junctions, 2001
- [25] *Almaz Bakenov* T-Splines: geometrical flexibility and local modification, GraphiCon 2017, Geometric Modeling. Computer Graphics in Education, pp pp328-331, 2017
- [26] *Philipp Morgenstern* 3D Analysis-suitable T-splines: definition, linear independence and m-graded local refinement, INS Preprint No. 1508, 2016.

- [27] *Sui-Wing Cheng, Liam Mencil, Antoine Vigneron* A Faster Algorithm for Computing Straight Skeletons,European Symposium on Algorithms,Algorithms - ESA 2014 pp 272-283, 2014.
- [28] *Olaf Ronneberger, Philipp Fischer, Thomas Brox* U-Net: Convolutional Networks for Biomedical Image Segmentation,Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention – MICCAI 2015 pp 234-241, 2015.