N-граммные языковые модели

Языковое моделирование

house

rat

This is the …

did

malt

Какова вероятность следующего слова?

$$p(house \mid this\ is\ the) = ?$$

Игрушечный корпус

This is the house that Jack built.
This is the malt
That lay in the house that Jack built.
This is the rat,
That ate the malt
That lay in the house that Jack built.
This is the cat,
That killed the rat,
That ate the malt
That lay in the house that Jack built.

$p(house \mid this\ is\ the) =$

Игрушечный корпус

This is the house *that Jack built.*
This is the malt
That lay in the house that Jack built.
This is the rat*,*
That ate the malt
That lay in the house that Jack built.
This is the cat*,*
That killed the rat,
That ate the malt
That lay in the house that Jack built.

$p(house \mid this\ is\ the) =$

Игрушечный корпус

This is the house *that Jack built.*
This is the malt
That lay in the house that Jack built.
This is the rat*,*
That ate the malt
That lay in the house that Jack built.
This is the cat*,*
That killed the rat,
That ate the malt
That lay in the house that Jack built.

$p(house \mid this\ is\ the) =$

Игрушечный корпус

This is the house *that Jack built.*
This is the malt
That lay in the house that Jack built.
This is the rat*,*
That ate the malt
That lay in the house that Jack built.
This is the cat*,*
That killed the rat,
That ate the malt
That lay in the house that Jack built.

$$p(house \mid this\ is\ the) = \frac{c(this\ is\ the\ house)}{c(this\ is\ the\ \ldots)} = \frac{1}{4}$$

Игрушечный корпус

This is the house *that Jack built.*
This is the malt
That lay in the house that Jack built.
This is the rat,
That ate the malt
That lay in the house that Jack built.
This is the cat,
That killed the rat,
That ate the malt
That lay in the house that Jack built.

4-граммы

$$p(house \mid this\ is\ the) = \frac{c(this\ is\ the\ house)}{c(this\ is\ the\ \ldots)} = \frac{1}{4}$$

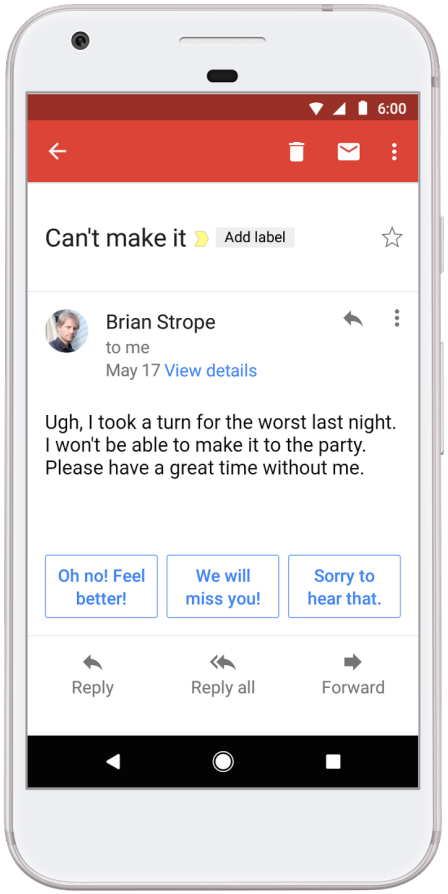
Игрушечный корпус

This is the house ***that Jack*** *built.*
This is the malt
That lay *in the house* ***that Jack*** *built.*
This is the rat,
That ate *the malt*
That lay *in the house* ***that Jack*** *built.*
This is the cat,
That killed *the rat,*
That ate *the malt*
That lay *in the house* ***that Jack*** *built.*

биграммы

$$p(Jack \mid that) = \frac{c(that\ Jack)}{c(that\ldots)} = \frac{4}{10}$$

Где нужны языковые модели?



Smart Reply / research.googleblog.com

- Исправление опечаток
- Автоматические ответы
- Машинный перевод
- Распознавание речи
- Распознавание рукописного текста
- …

Языковое моделирование

house

rat

This is the …

did

malt

Какова вероятность всей последовательности?

$p(\textit{this is the house}) = ?$

Немного математики

Дана последовательность слов:

$$\mathbf{w} = (w_1 w_2 w_3 \ldots w_k)$$

Немного математики

Дана последовательность слов:

$$\mathbf{w} = (w_1 w_2 w_3 \ldots w_k)$$

- **Правило условной вероятности:**

$$p(\mathbf{w}) = p(w_1)p(w_2|w_1)\ldots p(w_k|w_1 \ldots w_{k-1})$$

Немного математики

Дана последовательность слов:

$$\mathbf{w} = (w_1 w_2 w_3 \ldots w_k)$$

- **Правило условной вероятности:**

$$p(\mathbf{w}) = p(w_1)p(w_2|w_1)\ldots p(w_k|w_1 \ldots w_{k-1})$$

- **Предположение Маркова:**

$$p(w_i|w_1 \ldots i_{i-1}) = p(w_i|w_{i-n+1} \ldots w_{i-1})$$

Биграммная языковая модель

Для n = 2:

$$p(\mathbf{w}) = p(w_1)p(w_2|w_1)\ldots p(w_k|w_{k-1})$$

Биграммная языковая модель

Для n = 2:

$$p(\mathbf{w}) = p(w_1)p(w_2|w_1)\ldots p(w_k|w_{k-1})$$

Корпус:

This is the malt
That lay in the house that Jack built.

p(this is the house) = p(this) p(is| this) p(the| is) p(house| the)

Биграммная языковая модель

Для n = 2:

$$p(\mathbf{w}) = p(w_1)p(w_2|w_1)\dots p(w_k|w_{k-1})$$

Корпус:

This is the malt
That lay in the house that Jack built.

$$p(\textit{this is the house}) = p(\textit{this})\ p(\textit{is}|\ \textit{this})\ p(\textit{the}|\ \textit{is})\ p(\textit{house}|\ \textit{the})$$

$$= 1/12 \quad 1 \quad 1 \quad 1/2$$

Биграммная языковая модель

Для n = 2:

$$p(\mathbf{w}) = \cancel{p(w_1)} p(w_2|w_1) \dots p(w_k|w_{k-1})$$

$$p(w_1|start)$$

Корпус:

This is the malt
That lay in the house that Jack built.

$$p(\text{this is the house}) = p(\text{this})\ p(\text{is}|\ \text{this})\ p(\text{the}|\ \text{is})\ p(\text{house}|\ \text{the})$$

$$1/2 \qquad 1 \qquad 1 \qquad 1/2$$

Биграммная языковая модель

Для n = 2:

$$p(\mathbf{w}) = \cancel{p(w_1)} p(w_2|w_1) \dots p(w_k|w_{k-1})$$

$$p(w_1|start)$$

Биграммная языковая модель

Для n = 2:

$$p(\mathbf{w}) = \cancel{p(w_1)} p(w_2|w_1) \dots p(w_k|w_{k-1})$$

$$p(w_1|start)$$

Неверная нормировка: отдельно по каждой длине!

p(this) + p(that) = 1.0

p(this this) + p(this is) + ... + p(built built) = 1.0

...

Биграммная языковая модель

Для n = 2:

$$p(\mathbf{w}) = \cancel{p(w_1)} p(w_2|w_1) \dots p(w_k|w_{k-1})$$

$p(w_1|start)$

$p(end|w_k)$

Неверная нормировка: отдельно по каждой длине!

p(this) + p(that) = 1.0

p(this this) + p(this is) + ... + p(built built) = 1.0

...

Проверим нормировку

_ dog _

_ dog cat tiger _

_ cat dog cat _

p(cat dog cat) =

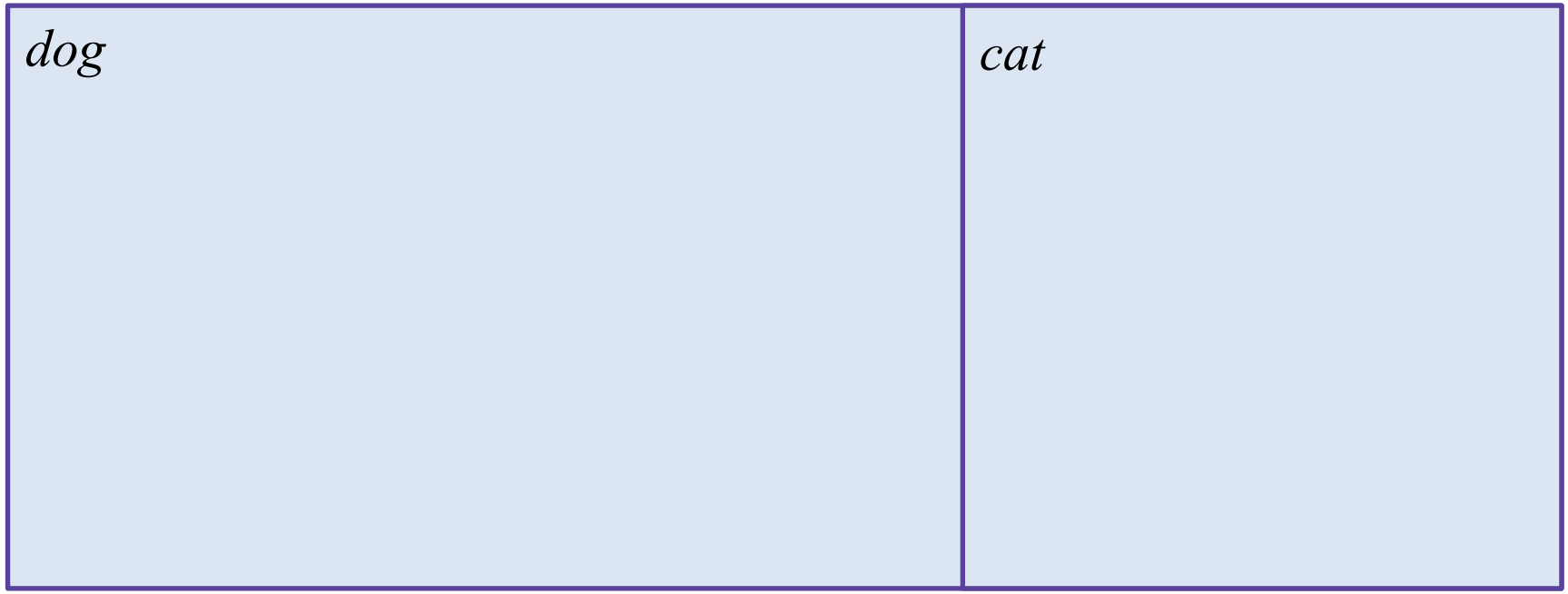
Проверим нормировку

_ dog _

_ dog cat tiger _

_ cat dog cat _

$p(cat\ dog\ cat) = p(cat \mid \_)$



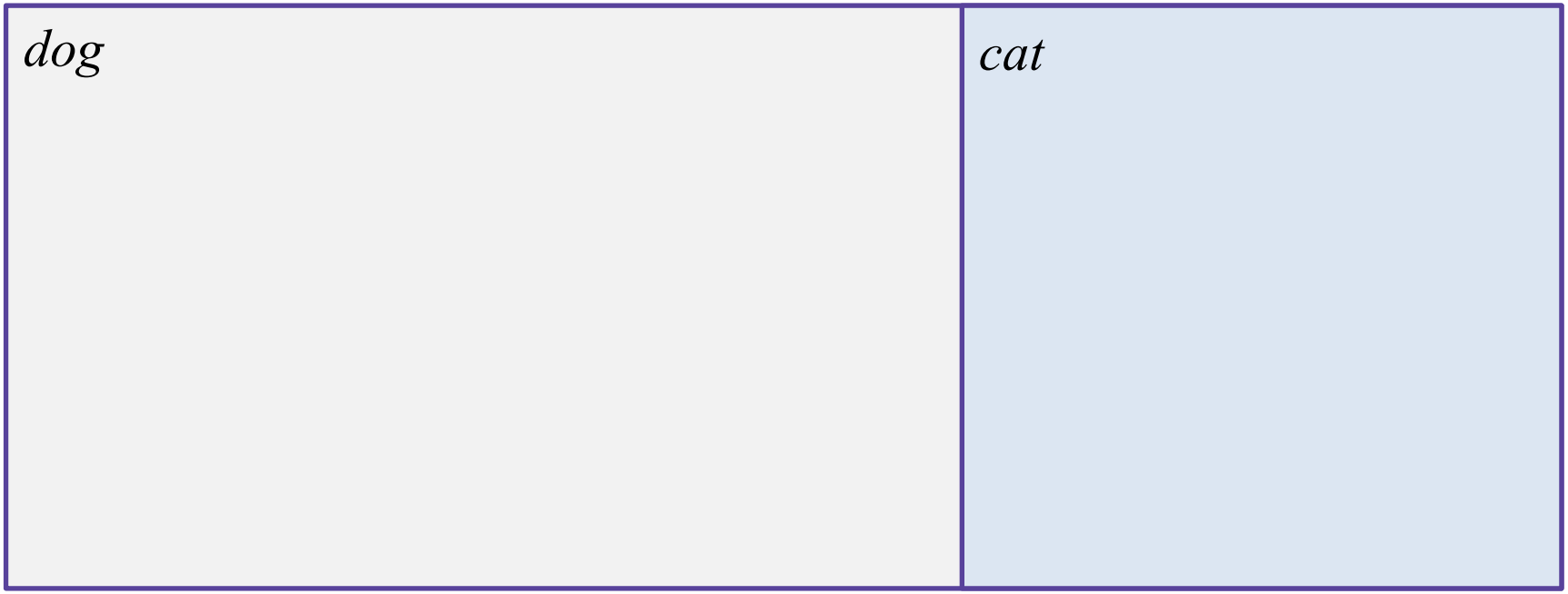
Проверим нормировку

_ dog _

_ dog cat tiger _

_ cat dog cat _

$p(cat\ dog\ cat) = p(cat \mid \_)$



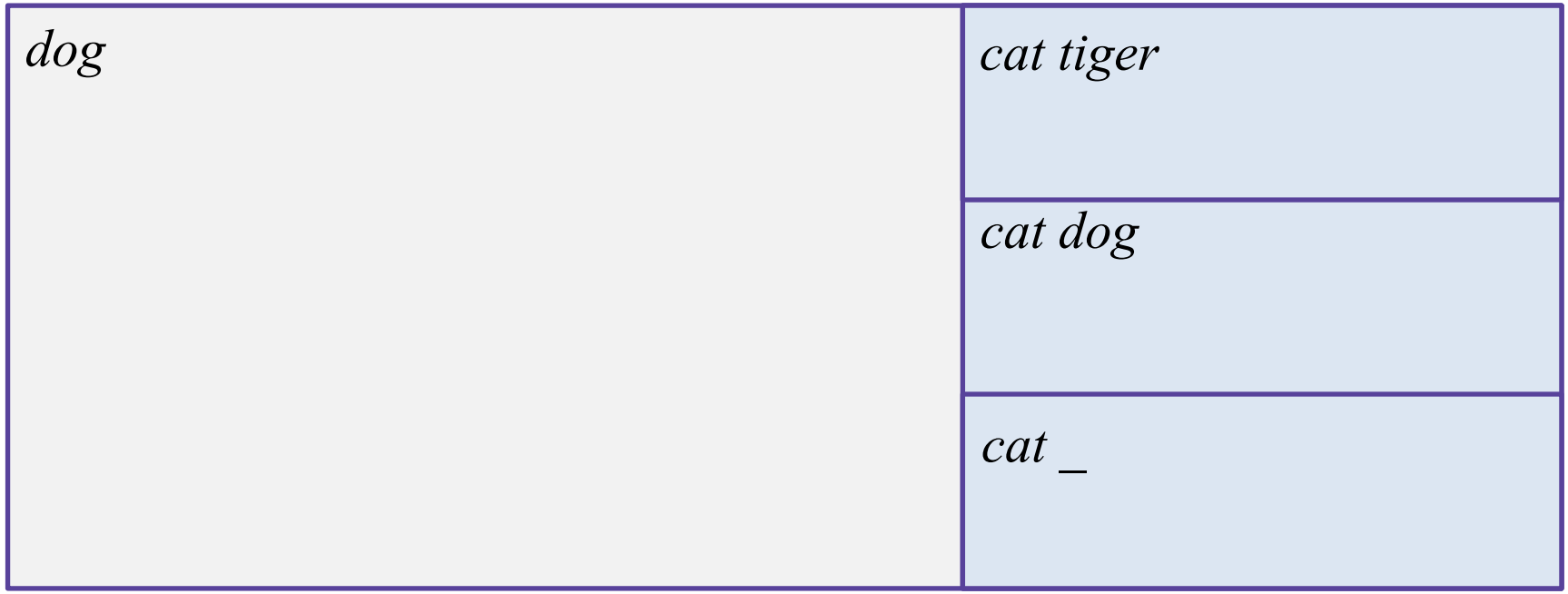
Проверим нормировку

_ dog _

_ dog cat tiger _

_ cat dog cat _

$p(cat\ dog\ cat) = p(cat \mid \_)\ p(dog \mid cat)$



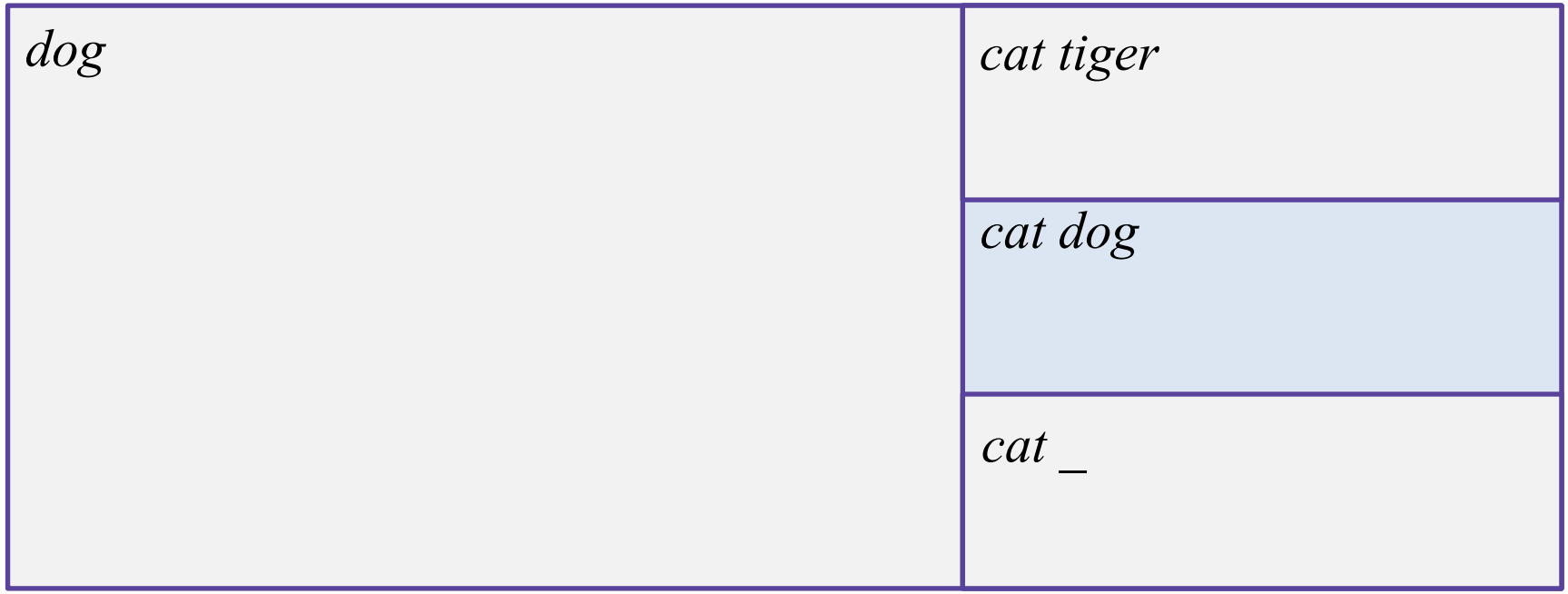
Проверим нормировку

_ dog _

_ dog cat tiger _

_ cat dog cat _

$p(cat\ dog\ cat) = p(cat \mid \_)\ p(dog \mid cat)$



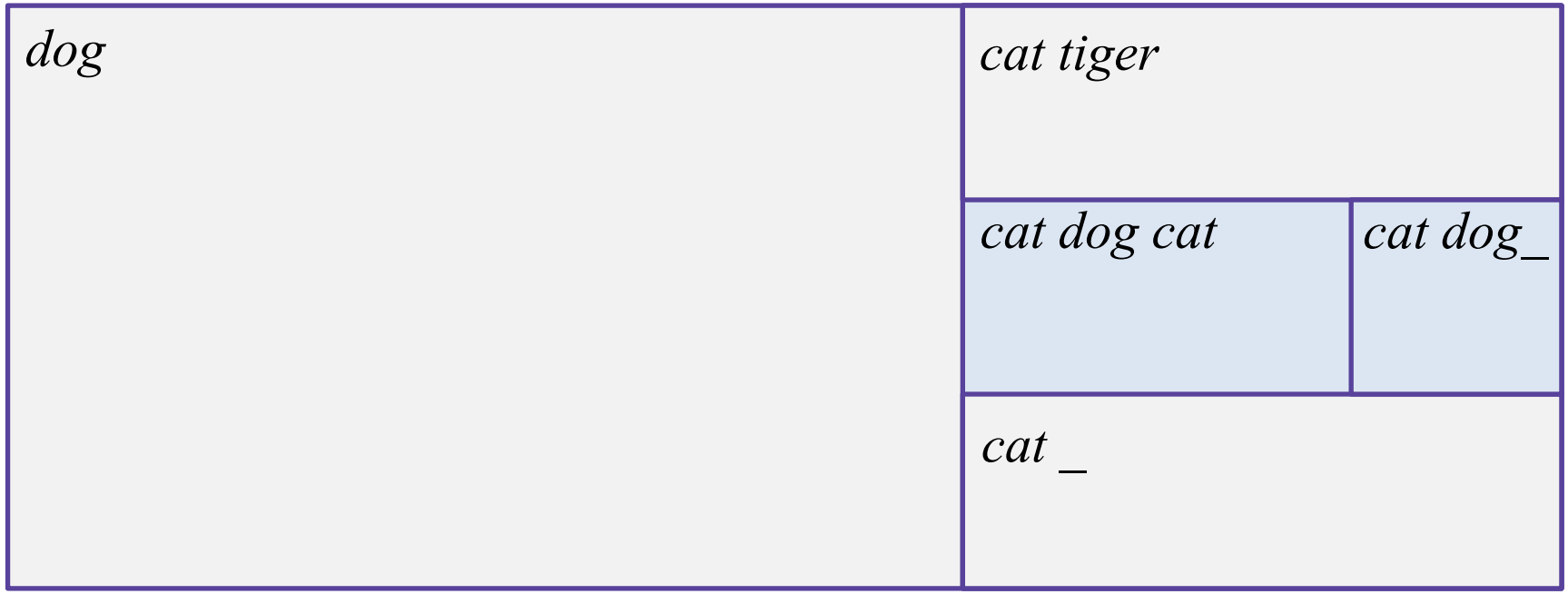
Проверим нормировку

_ dog _

_ dog cat tiger _

_ cat dog cat _

$p(cat\ dog\ cat) = p(cat \mid \_)\ p(dog \mid cat)\ p(cat \mid dog)$



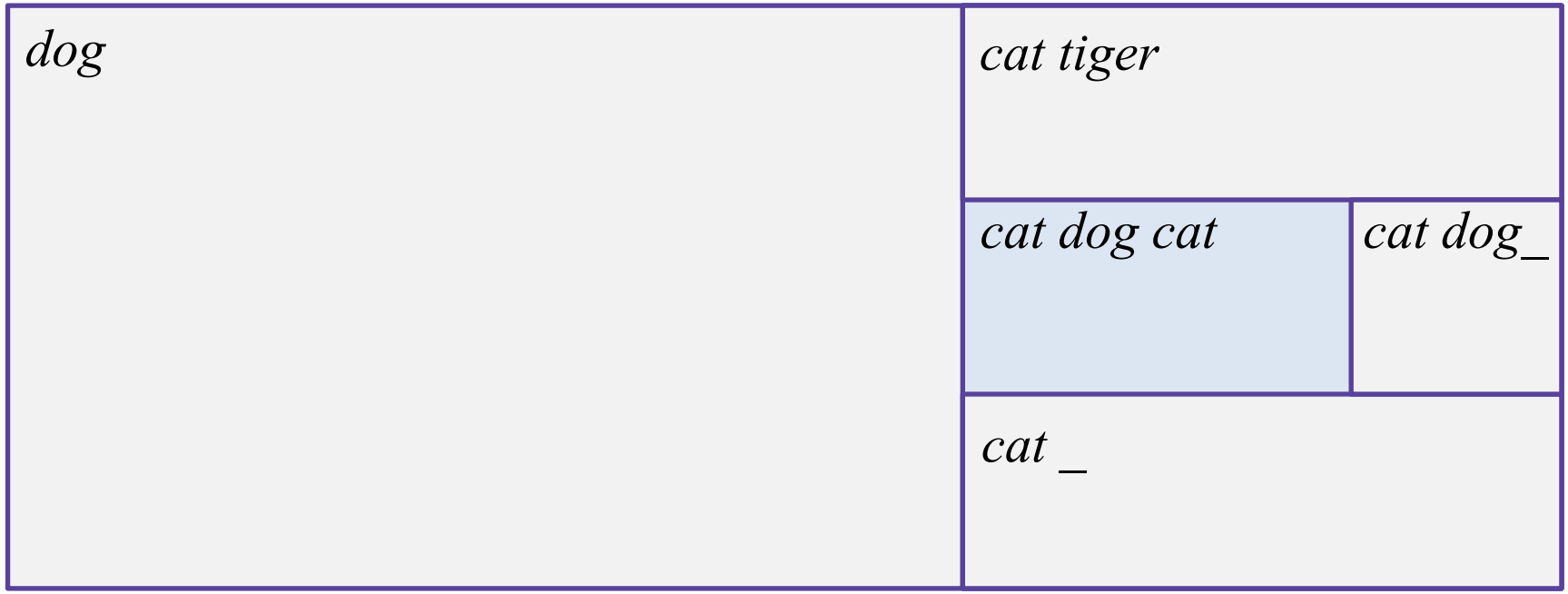
Проверим нормировку

_ dog _

_ dog cat tiger _

_ cat dog cat _

$p(cat\ dog\ cat) = p(cat \mid \_)\ p(dog \mid cat)\ p(cat \mid dog)$



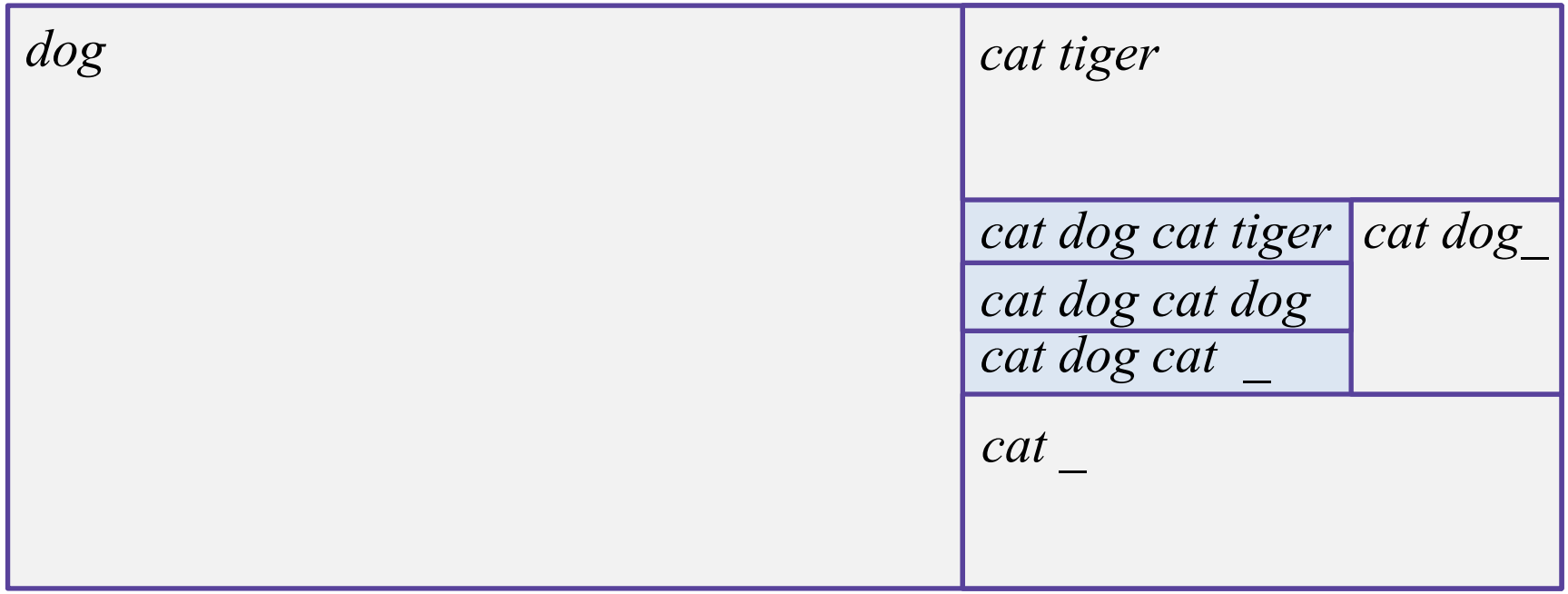
Проверим нормировку

_ dog _

_ dog cat tiger _

_ cat dog cat _

$p(cat\ dog\ cat) = p(cat \mid \_)\ p(dog \mid cat)\ p(cat \mid dog)\ p(\_ \mid cat)$



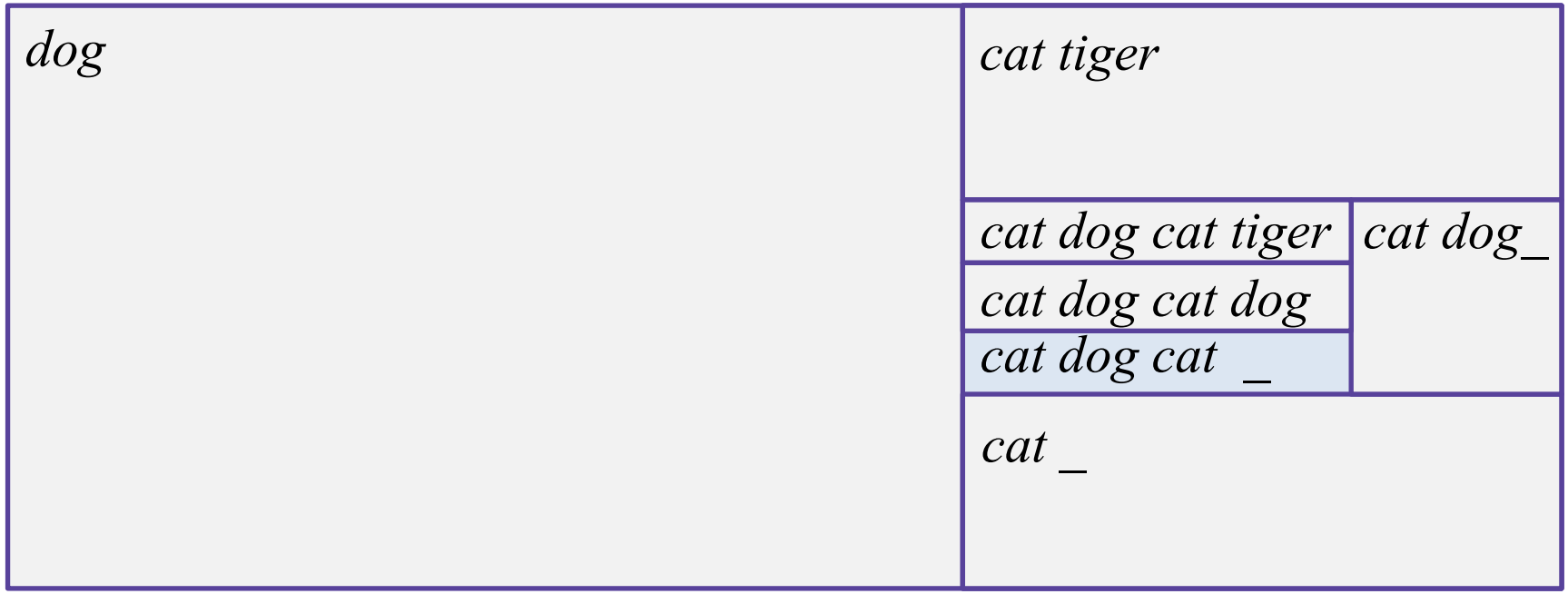
Проверим нормировку

_ dog _

_ dog cat tiger _

_ cat dog cat _

$$p(\text{cat dog cat}) = p(\text{cat} \mid \_)\, p(\text{dog} \mid \text{cat})\, p(\text{cat} \mid \text{dog})\, p(\_ \mid \text{cat})$$



Обобщение: n-граммная модель

$$\mathbf{w} = (w_1 w_2 w_3 \dots w_k)$$

Биграммная модель:

$$p(\mathbf{w}) = \prod_{i=1}^{k+1} p(w_i | w_{i-1})$$

N-граммная модель:

$(w_{i-n+1}, \dots w_{i-1})$

$$p(\mathbf{w}) = \prod_{i=1}^{k+1} p(w_i | w_{i-n+1}^{i-1})$$

Обучение

Максимизация логарифма правдоподобия:

$$\log p(\mathbf{w}_{\text{train}}) = \sum_{i=1}^{N+1} \log p(w_i | w_{i-n+1}^{i-1}) \to \max$$

Оценки на параметры:

$$p(w_i | w_{i-n+1}^{i-1}) = \frac{c(w_{i-n+1}^{i})}{\sum_{w_i} c(w_{i-n+1}^{i})} = \frac{c(w_{i-n+1}^{i})}{c(w_{i-n+1}^{i-1})}$$

Генерация Шекспира

Униграммы:

To him swallowed confess hear both. Which. Of save on trail for are ay device and rote life have. Every enter now severally so, let. Hill he late speaks; or! a more to leg less first you enter.

Биграммы:

What means, sir. I confess she? then all sorts, he is trim, captain. Why dost stand forth thy canopy, forsooth; he is this palpable hit the King Henry. Live king. Follow. What we, hath got so she that I rest and sent to scold and nature bankrupt, nor the first gentleman?

Jurafsky & Martin, https://lagunita.stanford.edu/c4x/Engineering/CS-224N/asset/slp4.pdf

Генерация Шекспира

3-граммы:

Sweet prince, Falstaff shall die. Harry of Monmouth's grave. This shall forbid it should be branded, if renown made it empty. What is't that cried? Indeed the duke; and had a very good friend. Fly, and will rid me these news of price. Therefore the sadness of parting, as they say, 'tis done.

4-граммы:

King Henry. What! I will go seek the traitor Gloucester. Exeunt some of the watch. A great banquet serv'd in; Will you not tell me who I am? It cannot be but so. Indeed the short and the long. Marry, 'tis a noble Lepidus. They say all lovers swear more performance than they are wont to keep obliged faith.

Jurafsky & Martin, https://lagunita.stanford.edu/c4x/Engineering/CS-224N/asset/slp4.pdf

Какая модель лучше?

Выбор *n* часто зависит от объема выборки

- биграмм может быть недостаточно
- 7-граммы обычно уникальны

Внешняя оценка качества:

- Качество приложения: машинного перевода, распознавания речи, исправления опечаток…

Внутренняя оценка качества:

- Тестовая перплексия

Оценка качества модели

Правдоподобие:

$$\mathcal{L} = p(\mathbf{w}_{\text{test}}) = \prod_{i=1}^{N+1} p(w_i | w_{i-n+1}^{i-1})$$

Перплексия:

$$\mathcal{P} = p(\mathbf{w}_{\text{test}})^{-\frac{1}{N}} = \frac{1}{\sqrt[N]{p(\mathbf{w}_{\text{test}})}}$$

Чем меньше перплексия, тем лучше.

Новые слова (OOV)

Обучение:
This is the house that Jack built.

Контроль:
This is the *malt*.

Новые слова (OOV)

Обучение:
This is the house that Jack built.

Контроль:
This is the *malt*.

Какова перплексия биграммной модели?

Новые слова (OOV)

Обучение:
This is the house that Jack built.

Контроль:
This is the *malt*.

Какова перплексия биграммной модели?

$$p(malt|the) = \frac{c(the\,malt)}{c(the)} = 0$$

Новые слова (OOV)

Обучение:
This is the house that Jack built.

Контроль:
This is the *malt*.

Какова перплексия биграммной модели?

$$p(malt|the) = \frac{c(the\,malt)}{c(the)} = 0$$

$$p(\mathbf{w}_{\text{test}}) = 0$$

Новые слова (OOV)

Обучение:
This is the house that Jack built.

Контроль:
This is the *malt*.

Какова перплексия биграммной модели?

$$p(malt|the) = \frac{c(the\,malt)}{c(the)} = 0$$

$$p(\mathbf{w}_{\text{test}}) = 0$$

$$\mathcal{P} = \inf$$

Новые слова (OOV)

Обучение:
This is the house that Jack built.

Контроль:
This is the *malt*.

Какова перплексия биграммной модели?

$$p(malt|the) = \frac{c(the\,malt)}{c(the)} = 0$$

$$p(\mathbf{w}_{\text{test}}) = 0$$

$$\mathcal{P} = \inf$$

Как это исправить?

Простая идея:

- Строим словарь (например, фильтруем по частоте)
- Заменяем слова не из словаря на <UNK> (делаем так и на обучении, и на контроле!)
- Подсчитываем счетчики обычным образом для всех токенов, включая <UNK>

Хорошо, новых слов нет

Обучение:
This is the house that Jack built.

Контроль:
This is the *malt*.

Какова перплексия биграммной модели?

Хорошо, новых слов нет

Обучение:
This is the house that Jack built.

Контроль:
This is the *malt*.

Какова перплексия биграммной модели?

$$p(Jack \mid is) = \frac{c(is\ Jack)}{c(is)} = 0$$

Хорошо, новых слов нет

Обучение:
This is the house that Jack built.

Контроль:
This is the *malt*.

Какова перплексия биграммной модели?

$$p(Jack \mid is) = \frac{c(is\ Jack)}{c(is)} = 0$$

$$p(\mathbf{w}_{\text{test}}) = 0$$

Хорошо, новых слов нет

Обучение:
This is the house that Jack built.

Контроль:
This is the *malt*.

Какова перплексия биграммной модели?

$$p(Jack \mid is) = \frac{c(is\ Jack)}{c(is)} = 0$$

$$p(\mathbf{w}_{\text{test}}) = 0$$

$$\mathcal{P} = \inf$$

Хорошо, новых слов нет

Обучение:
This is the house that Jack built.

Контроль:
This is the *malt*.

Какова перплексия биграммной модели?

$$p(Jack \mid is) = \frac{c(is\ Jack)}{c(is)} = 0$$

$$p(\mathbf{w}_{\text{test}}) = 0$$

$$\mathcal{P} = \inf$$

Сглаживание Лапласа

Идея:

- Перенести часть вероятности с частых биграмм на редкие

- Просто добавить 1 ко всем счетчикам (add-one):

$$\hat{p}(w_i|w_{i-n+1}^{i-1}) = \frac{c(w_{i-n+1}^{i}) + 1}{c(w_{i-n+1}^{i-1}) + V}$$

- Или настроить параметр k (add-k):

$$\hat{p}(w_i|w_{i-n+1}^{i-1}) = \frac{c(w_{i-n+1}^{i}) + k}{c(w_{i-n+1}^{i-1}) + Vk}$$

Откат (Katz backoff)

Проблема:

- Хотелось бы использовать более длинные n-граммы, но данных бывает недостаточно

Идея:

- Начать с длинных, “откатиться” на короткие:

$$\hat{p}(w_i|w_{i-n+1}^{i-1}) = \begin{cases} \tilde{p}(w_i|w_{i-n+1}^{i-1}), & \text{if } c(w_{i-n+1}^{i}) > 0 \\ \alpha(w_{i-n+1}^{i-1})\,\hat{p}(w_i|w_{i-n+2}^{i-1}), & \text{otherwise} \end{cases}$$

где $\tilde{p}$ и α выбраны из условия нормировки.

Интерполяция (Interpolation smoothing)

Идея:

- Смесь нескольких n-граммных моделей для разных n
- Например, для триграммной модели:

$$\hat{p}(w_i|w_{i-2}w_{i-1}) = \lambda_1(w_i|w_{i-2}w_{i-1}) + \lambda_2(w_i|w_{i-1}) + \lambda_3(w_i)$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$$

- Веса оптимизируются на отложенной выборке
- Могут тоже зависеть от контекста

Дисконтирование (Absolute discounting)

Идея:

- Сравним счетчики для биграмм на обучении и контроле

Эксперимент (Church and Gale, 1991):

- Вычитание 0.75 из счетчика на обучении дает очень хорошую оценку счетчика на контроле!

Train bigram count	Test bigram count
2	1.25
3	2.24
4	3.23
5	4.21
6	5.23
7	6.21
8	7.21

https://web.stanford.edu/~jurafsky/slp3/4.pdf

Дисконтирование (Absolute discounting)

Идея:

- Сравним счетчики для биграмм на обучении и контроле

Эксперимент (Church and Gale, 1991):

- Вычитание 0.75 из счетчика на обучении дает очень хорошую оценку счетчика на контроле!

$$\hat{p}(w_i|w_{i-1}) = \frac{c(w_{i-1}w_i) - d}{\sum_x c(w_{i-1}x)} + \lambda(w_{i-1})p(w_i)$$

Сглаживание Кнессера-Нея (Kneser-Ney)

Идея:

- Униграммное распределение говорит о частоте слов
- А нам нужно разнообразие контекстов для слова

$$\hat{p}(w) \propto |x : c(x\, w) > 0|$$

malt

This is the …

Kong

- Возможно, наиболее популярная техника сглаживания

https://web.stanford.edu/~jurafsky/slp3/4.pdf

Нейросетевые языковые модели

Проклятие размерности

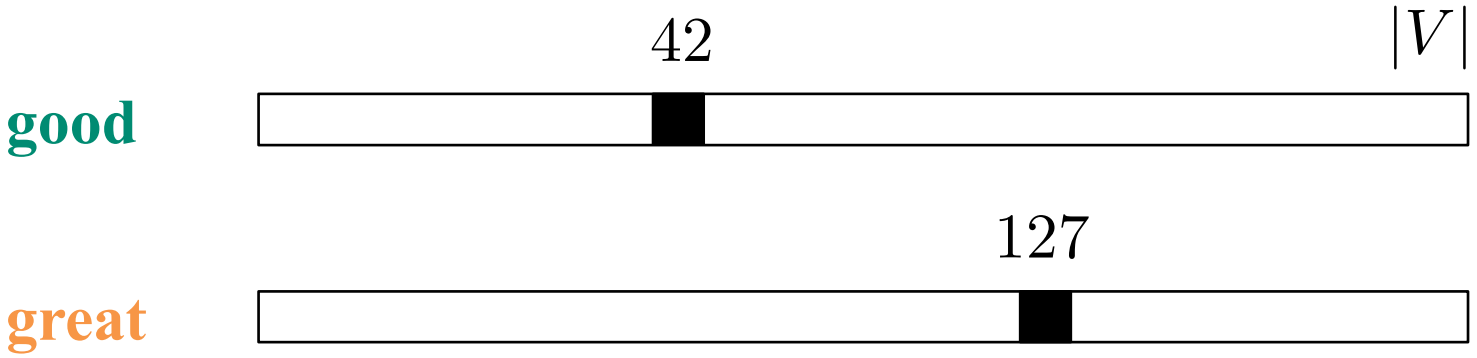
Предположим, модель видела много раз предложение:

- **Have a good day.**

Но ни разу не видела другое предложение:

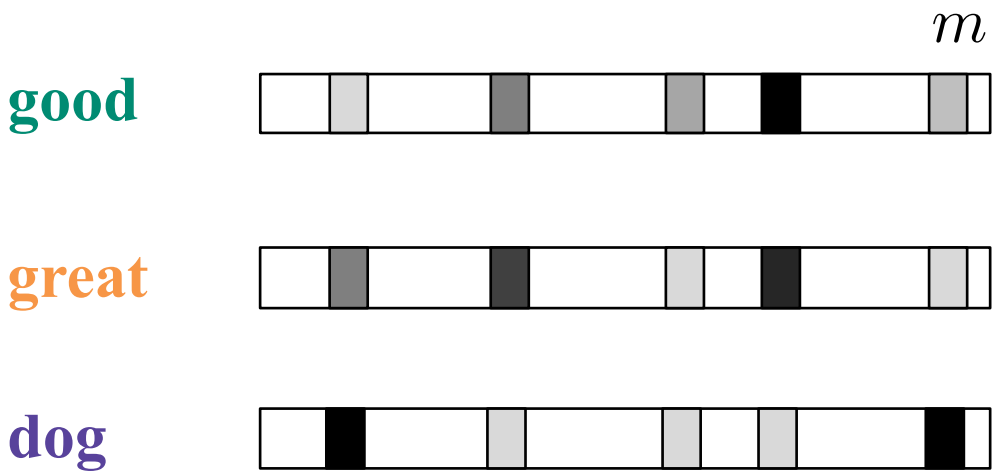
- **Have a great day.**

Что тогда произойдет (даже со сглаживанием)?



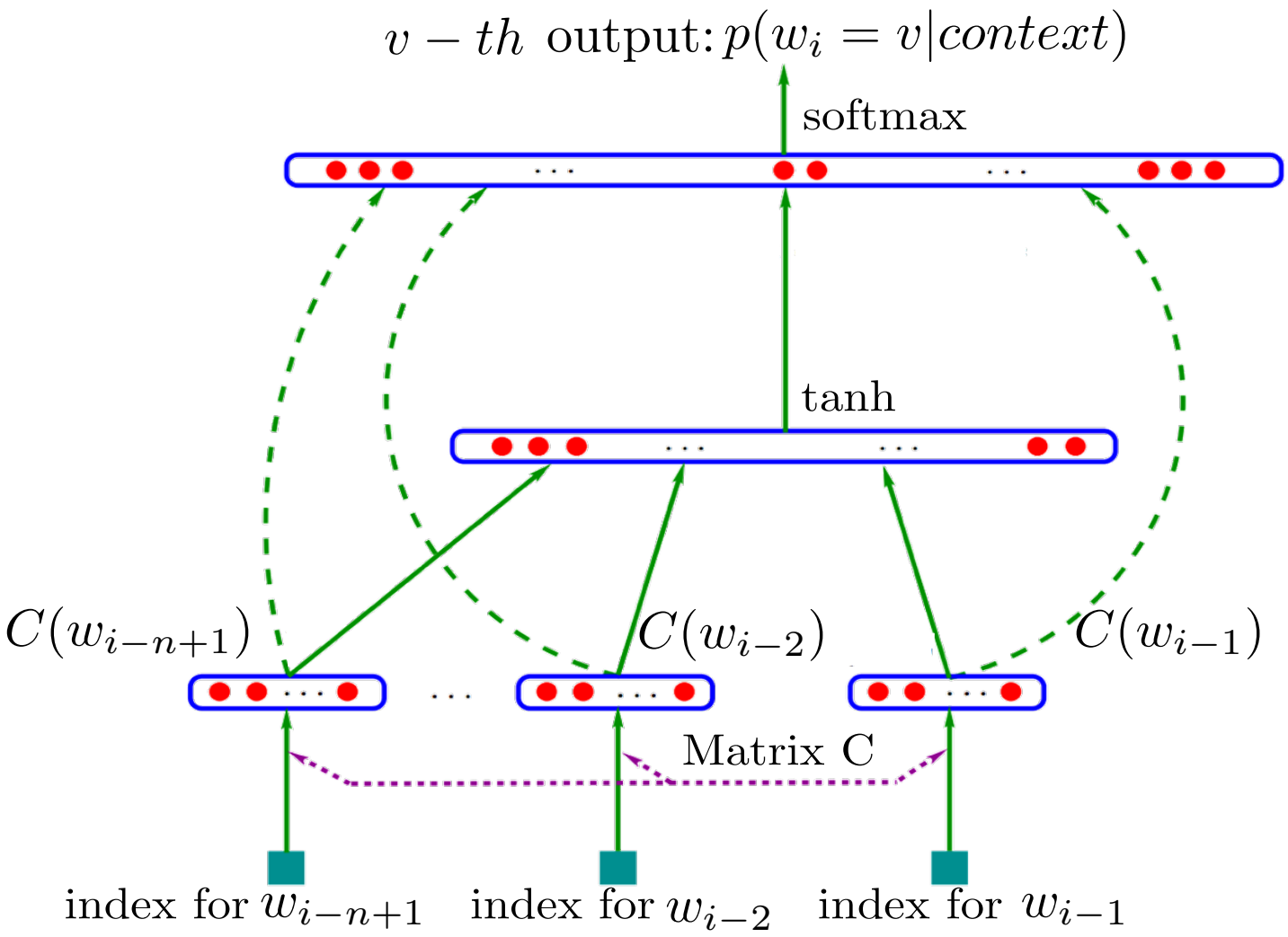
Распределенные представления слов

- Выразим вероятности предложений через «распределенные» представления *слов (distributed word representations)* и будем обучать параметры



$C^{|V|\times m}$ – матрица представлений слов

Нейросетевая вероятностная языковая модель



Yoshua Bengio, Réjean Ducharme, Pascal Vincent, Christian Jauvin, A Neural Probabilistic Language Model, JMLR, 2003

Нейросетевая вероятностная языковая модель

$$p(w_i|w_{i-n+1}, \ldots w_{i-1}) = \frac{\exp\left(y_{w_i}\right)}{\sum_{w \in V} \exp\left(y_w\right)}$$

$$y = b + Wx + U \tanh(d + Hx)$$

$$x = [C(w_{i-n+1}), \ldots C(w_{i-1})]^T$$

Нейросетевая вероятностная языковая модель

$$p(w_i|w_{i-n+1},\dots w_{i-1}) = \frac{\exp\left(y_{w_i}\right)}{\sum_{w\in V}\exp\left(y_w\right)}$$

Softmax по компонентам y

$$y = b + Wx + U\tanh(d + Hx)$$

$$x = [C(w_{i-n+1}),\dots C(w_{i-1})]^T$$

Нейросетевая вероятностная языковая модель

$$p(w_i|w_{i-n+1},\dots w_{i-1}) = \frac{\exp\left(y_{w_i}\right)}{\sum_{w\in V}\exp\left(y_w\right)}$$

Softmax по компонентам y

$$y = b + Wx + U\tanh(d + Hx)$$

Нейронаня сеть, много параметров

$$x = [C(w_{i-n+1}),\dots C(w_{i-1})]^T$$

Нейросетевая вероятностная языковая модель

$$p(w_i|w_{i-n+1},\dots w_{i-1}) = \frac{\exp\left(y_{w_i}\right)}{\sum_{w\in V}\exp\left(y_w\right)}$$

Softmax по компонентам y

$$y = b + Wx + U\tanh(d + Hx)$$

Нейронная сеть, много параметров

$$x = [C(w_{i-n+1}),\dots C(w_{i-1})]^T$$

Представления слов-контекстов

Нейросетевая вероятностная языковая модель

$$p(w_i|w_{i-n+1},\dots w_{i-1}) = \frac{\exp\left(y_{w_i}\right)}{\sum_{w\in V}\exp\left(y_w\right)}$$

Softmax по компонентам y

$$y = b + Wx + U\tanh(d + Hx)$$

Нейронная сеть, много параметров

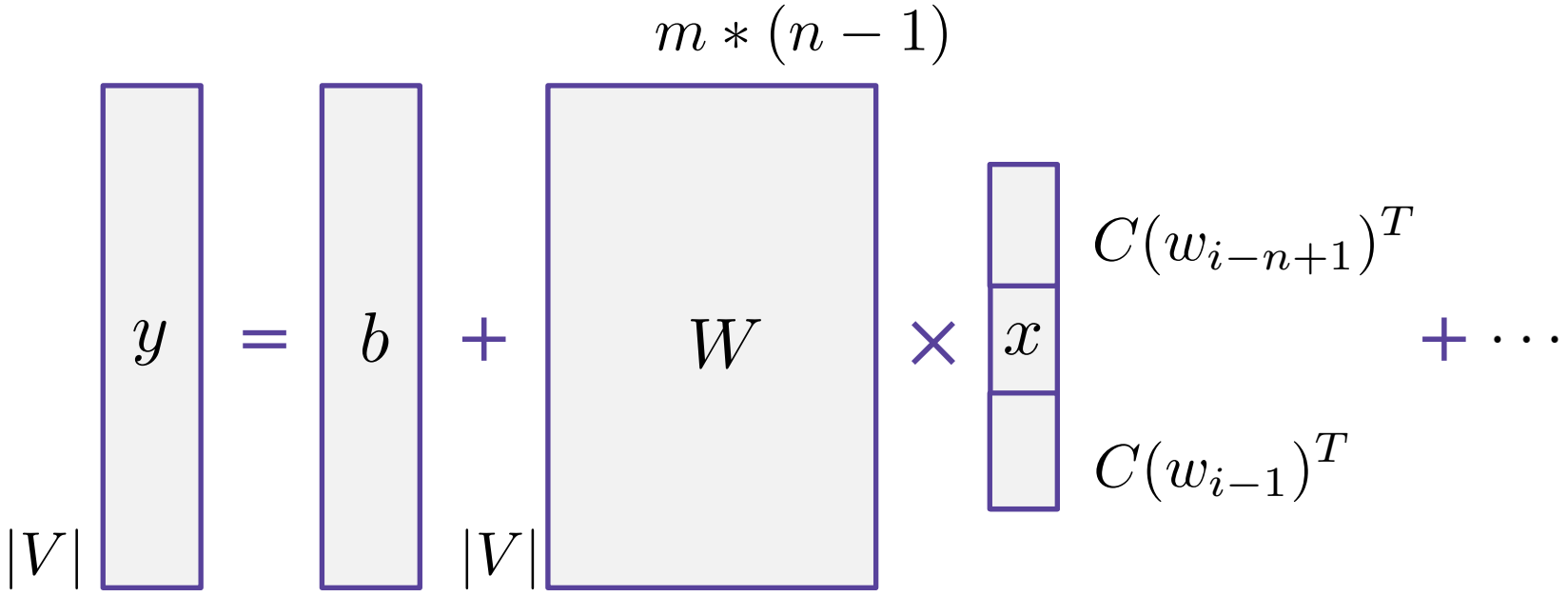
$$x = [C(w_{i-n+1}),\dots C(w_{i-1})]^T$$

Представления слов-контекстов

Функция потерь: кросс-энтропия (лог-правдоподобие)

Слишком много параметров…

$$y = b + Wx + U \tanh(d + Hx)$$



Лог-билинейная языковая модель (LBL)

- Гораздо меньше параметров и нелинейностей
- Измеряет близость между словом и контекстом:

$$p(w_i|w_{i-n+1},\dots w_{i-1}) = \frac{\exp(\hat{r}^T r_{w_i} + b_{w_i})}{\sum_{w \in V} \exp(\hat{r}^T r_w + b_w)}$$

Представление слова:

$$r_{w_i} = C(w_i)^T$$

Представление контекста:

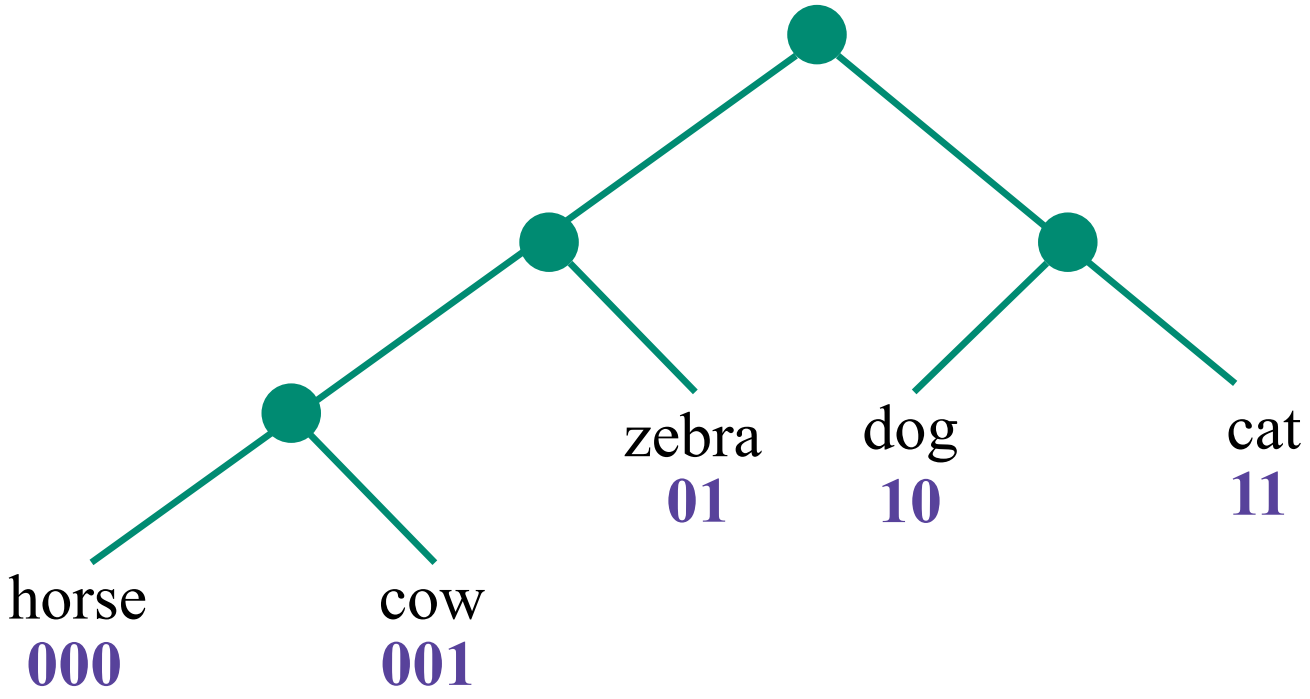
$$\hat{r} = \sum_{k=1}^{n-1} W_k C(w_{i-k})^T$$

Andriy Mnih and Geoffrey Hinton. 2007. Three new graphical models for statistical language modelling. In *Proceedings of the 24th international conference on Machine learning* (ICML '07)

Иерархический софтмакс

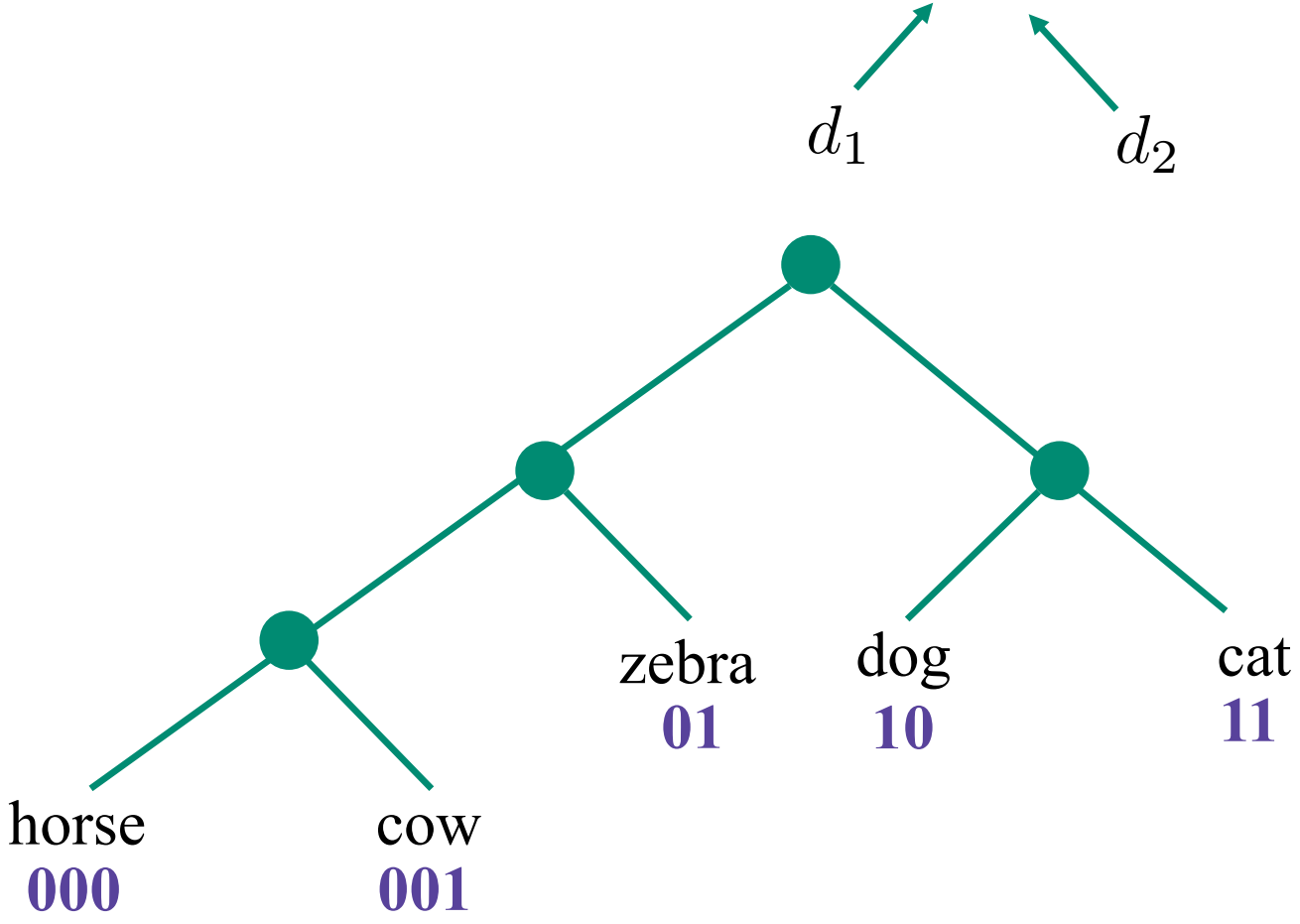
Каждому слову можно сопоставить бинарный код:

- 0 - “в левое поддерево”, 1 - “в правое поддерево”



Иерархический софтмакс

Например, код слова **zebra** это $d = (0, 1)$



Иерархический софтмакс

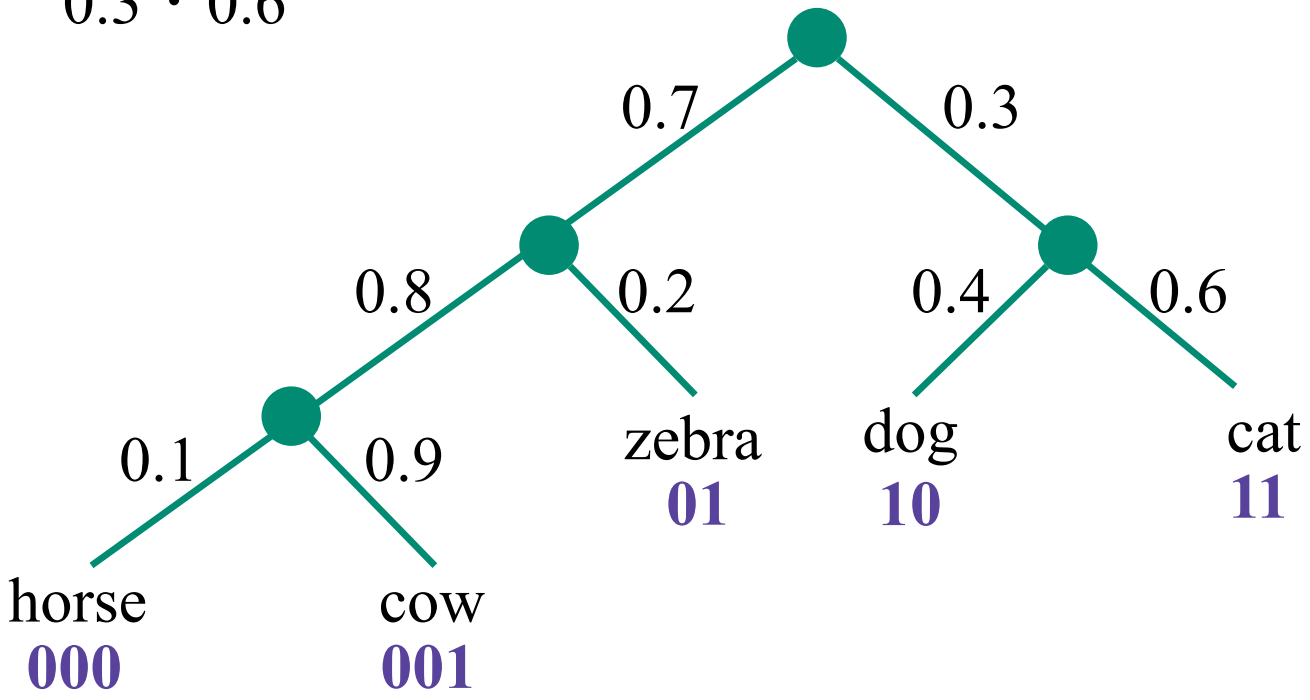
Выразим вероятность слова как произведение бинарных вероятностей вдоль пути от корня до вершины:

$$p(w_n = w | w_1^{n-1}) = \prod_i p(d_i | w_1^{n-1})$$

Нормировка?

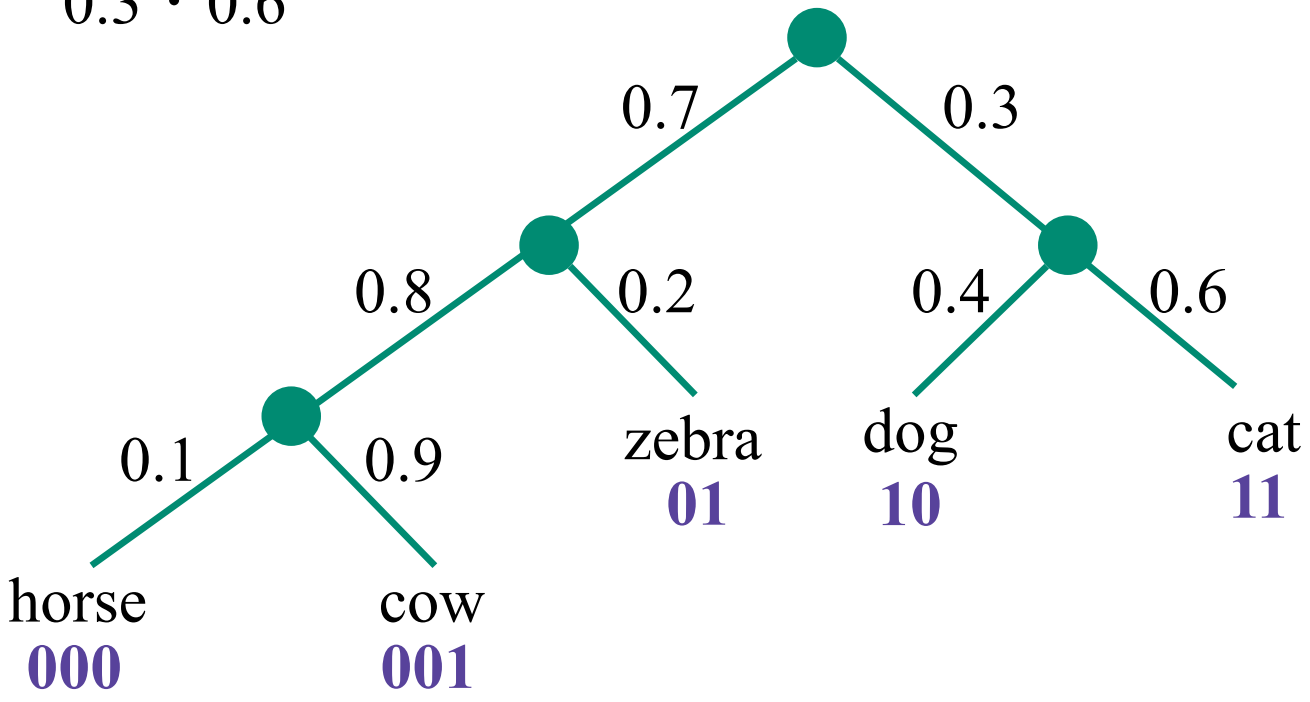
Иерархический софтмакс

$$
\begin{aligned}
& 0.7 \cdot 0.8 \cdot 0.1 \\
& 0.7 \cdot 0.8 \cdot 0.9 \\
+ \quad & 0.7 \cdot 0.2 \\
& 0.3 \cdot 0.4 \\
& 0.3 \cdot 0.6
\end{aligned}
$$



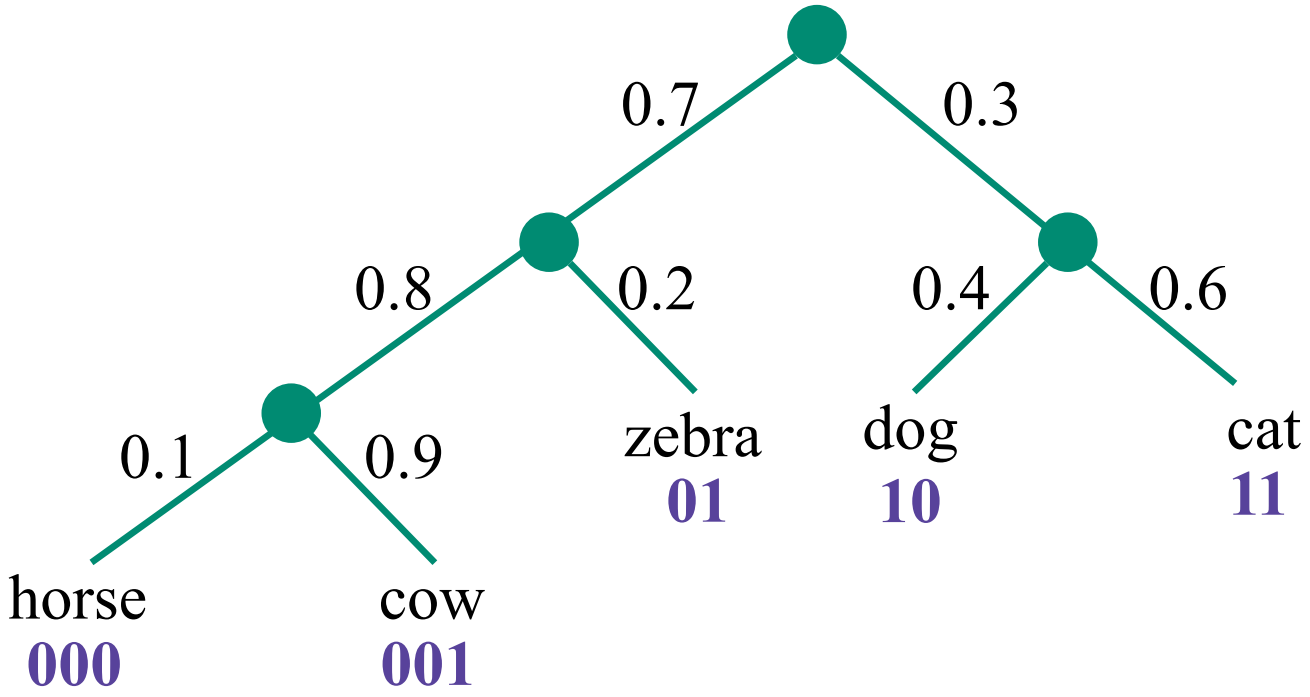
Иерархический софтмакс

$$
\begin{aligned}
& 0.7 \cdot 0.8 \cdot 0.1 \\
& 0.7 \cdot 0.8 \cdot 0.9 \\
+ \quad & 0.7 \cdot 0.2 \\
& 0.3 \cdot 0.4 \\
& 0.3 \cdot 0.6
\end{aligned}
$$



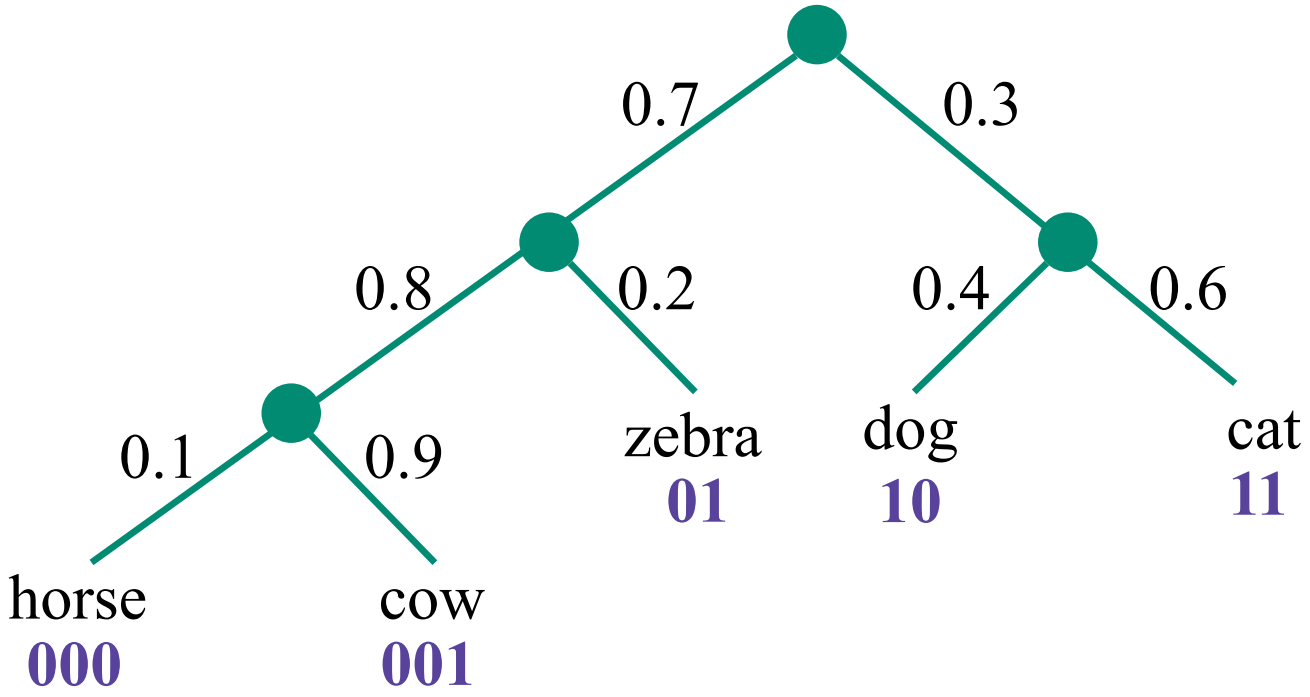
Иерархический софтмакс

$$
\begin{aligned}
& 0.7 \cdot 0.8 \\
+ \quad & 0.7 \cdot 0.2 \\
& 0.3 \cdot 0.4 \\
& 0.3 \cdot 0.6
\end{aligned}
$$



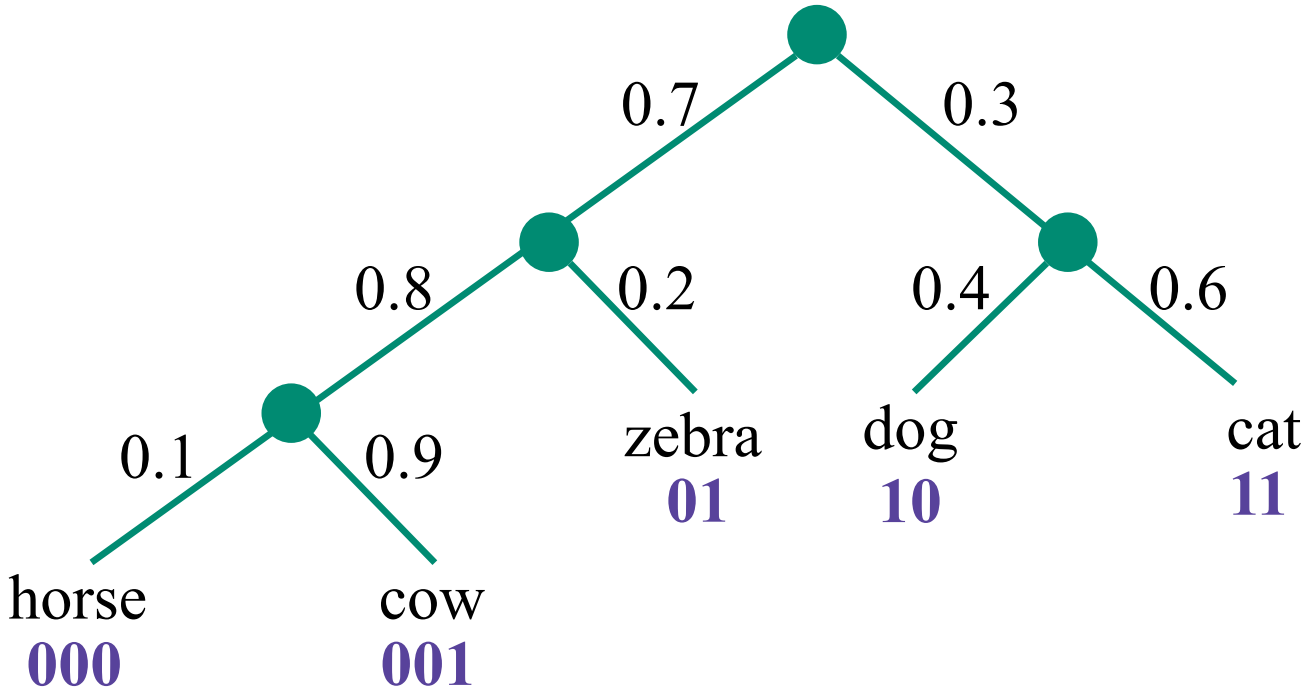
Иерархический софтмакс

$$
\begin{aligned}
& 0.7 \cdot 0.8 \\
& 0.7 \cdot 0.2 \\
+ \quad & 0.3 \cdot 0.4 \\
& 0.3 \cdot 0.6
\end{aligned}
$$



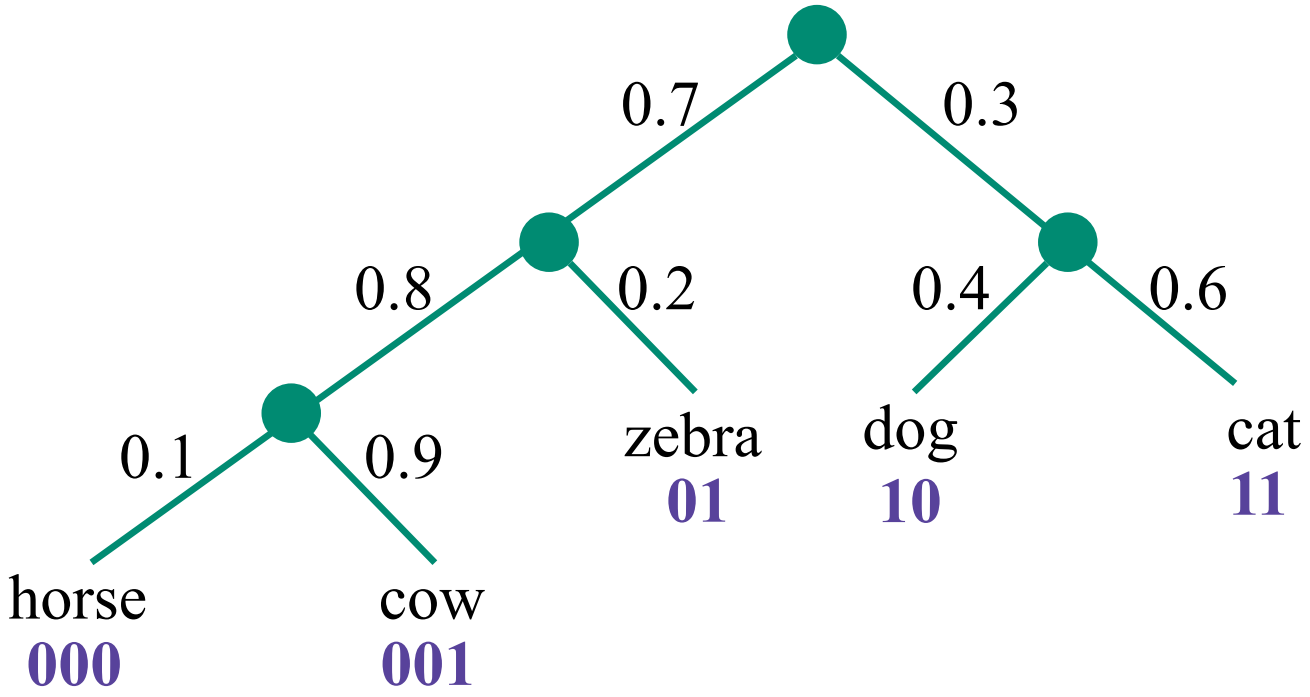
Иерархический софтмакс

$$
\begin{aligned}
& 0.7 \\
+ \quad & 0.3 \cdot 0.4 \\
+ \quad & 0.3 \cdot 0.6
\end{aligned}
$$



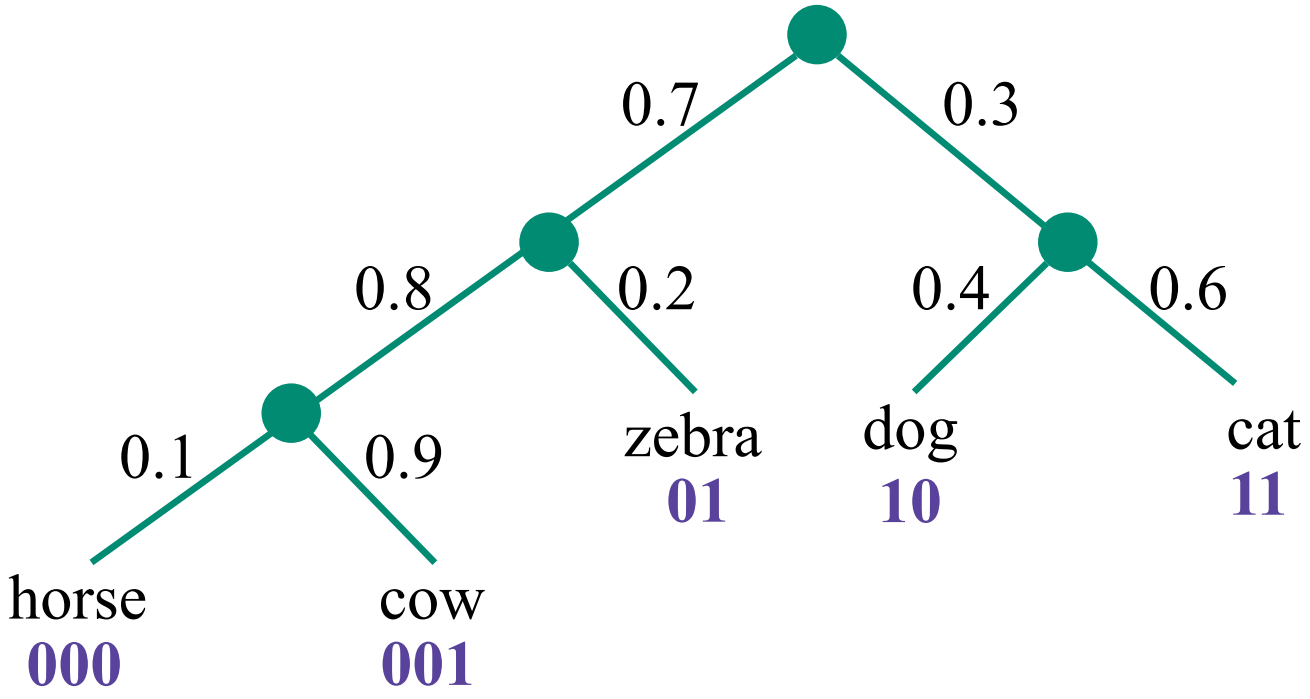
Иерархический софтмакс

$$
\begin{aligned}
& 0.7 \\
+\ & 0.3 \cdot 0.4 \\
+\ & 0.3 \cdot 0.6
\end{aligned}
$$



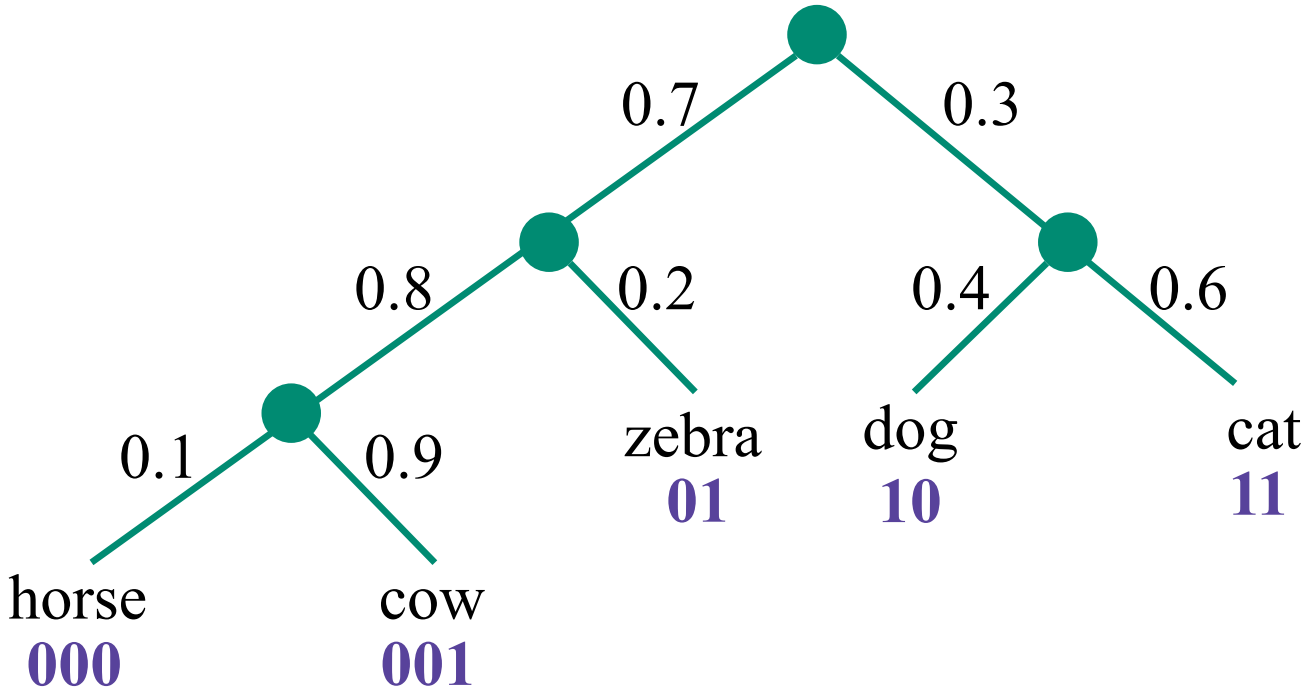
Иерархический софтмакс

0.7
0.3
+



Иерархический софтмакс

0.7
0.3
+

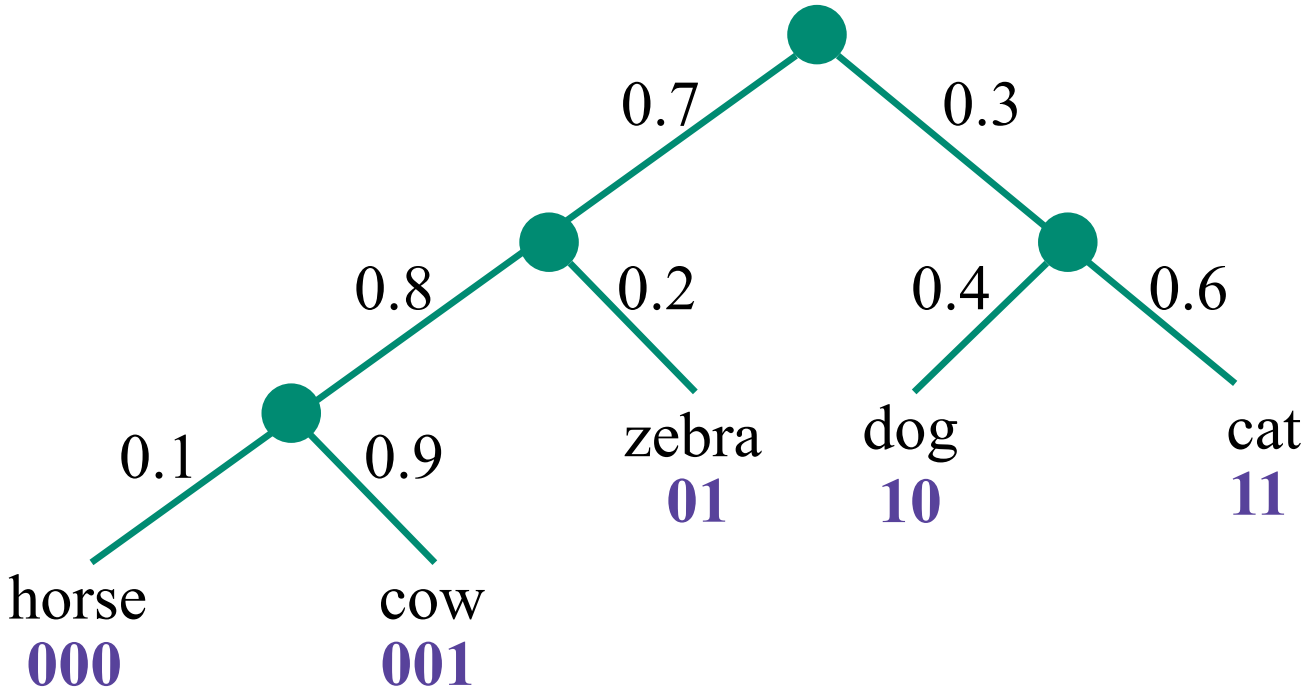


Иерархический софтмакс

1.0

+

Congratulations!



Иерархическая лог-билинейная модель (HLBL)

- LBL, но вместо софтмакса – иерархический софтмакс
- Вероятности бинарных решений вдоль пути дерева от корня до вершины слова:

$$p(w_n = w|w_1^{n-1}) = \prod_i p(d_i|w_1^{n-1})$$

Как строить дерево (сбалансированное или семантическое?)

- Используя готовую онтологию
- Используя кластеризацию данных
- Дерево Хаффмана
- Случайное

Andriy Mnih and Geoffrey Hinton. A Scalable Hierarchical Distributed Language Model.