Функции высших порядков.

Лекция 6.

Специальности : 230105, 010501

Различие между данными и функциями.

Функции, рассмотренные нами ранее, относятся к функциям первого порядка, поскольку их аргументы и значения относятся по своему типу к данным, то есть трактуются как данные.

Следует отметить, что данные и программы в Лиспе представляются одинаково, а различие между понятиями “данные” и “функция” определяется не на основе их структуры, а в зависимости от их использования.

Если аргумент используется в функции лишь как объект, участвующий в вычислениях, то мы имеем дело с обыкновенным аргументом, представляющим данные. Если же он используется как средство, определяющее вычисления, например, выступая в роли лямбда-выражения, то мы имеем дело с функцией.

Пример (muLISP) :

(car ‘(lambda (x)(list x))) → **LAMBDA**

((lambda (x)(list x)) car) → **(car)**

Понятие функционала.

Определение 1. **Аргумент, значением которого является функция, называют в функциональном программировании функциональным аргументом.**

В роли функционального аргумента может выступать :

- **имя функции, с которым связано описание**
- **Лямбда-выражение ‘(lambda (<список формальных параметров>) <тело лямбда-выражения>)**
- **Всякий лисповский объект, значением которого является функция.**

Пример для muLISP (не реализуется в newLISP-tk) :

результатом вызова (list ‘lambda ‘(x)(list ‘list ‘x)) будет лямбда-выражение : (lambda (x) (list x))

В newLISP-tk данный пример может быть реализован с помощью макроопределения : (define-macro (my-lambda x) (list x)), которое транслируется в выражение : (lambda-macro (x) (list x)).

Другой вариант : (fn (x)(list x)), результатом вызова будет (lambda (x) (list x))

Определение 2. **Функционалом называется функция, аргумент которой может быть интерпретирован как функция.**

Виды функционалов.

Аргументом функции может быть функция, однако, функция может быть и результатом. Такие функции называют функциями с функциональным значением.

Определение 3. Функционалом с функциональным значением называется функционал, вызов которого возвращает в качестве результата новую функцию. Причем в построении этой функции могут использоваться функции, получаемые функционалом в качестве аргументов.

Определение 4. Аппликативным или применяющим функционалом называется функция, которая позволяет применять функциональный аргумент к его параметрам.

В Лиспе имеется 3 применяющих функционала : apply, funcall и elal, из которых funcall не реализован в newLISP-tk.

APPLY применяет функцию к списку аргументов.

FUNCALL вызывает функцию с аргументами.

Применяющие функционалы.

APPLY есть функция двух аргументов, из которых первый представляет собой функцию, которая применяется к элементам списка – второго аргумента : (apply <функция> <список>).

Пример : (apply ‘+ ‘(2 3)) дает в качестве результата 5.

FUNCALL по своему действию аналогичен APPLY, но аргументы для вызываемой функции он принимает не списком, а по отдельности : (funcall <функция> <арг1> … <аргN>).

Примеры : (funcall ‘+ 2 3) дает в качестве результата 5.

(funcall ‘+ ‘(2 3)) дает в качестве результата (2 3).

Различие между APPLY и FUNCALL состоит в обязательности списочного представления аргументов у APPLY. FUNCALL аналогичен по действию APPLY, но аргументы для вызываемой функции принимаются не списком, а по отдельности.

Следует отметить, что функциональным аргументом может быть только “настоящая” функция. Специальные формы, такие как QUOTE, SETQ и макросы для этих целей не подходят.

Примеры использования применяющих функционалов.

Задача 1. Написать функционал, выполняющий действие над каждым элементом списка и объединяющий результаты в список.

```
; Описание функционала в muLISP:
(defun mapping (fun lst)
 ((null lst) nil)
 (cons (funcall fun (car lst))
 (mapping fun (cdr lst))))
; Функция увеличения элемента на 1 :
(defun p1 (obj)
 (+ 1 obj))
; Остаток от деления на 2 :
(defun m2 (obj)
 (mod obj 2))
```

Примеры вызовов :

(mapping p1 '(2 3 4)) дает в качестве результата ‘(3 4 5)

(mapping m2 '(2 3 4)) возвращает ‘(0 1 0)

Задача 1 : вариант для newLISP-tk.

```
; Описание функционала в newLISP-tk :
(define (new_mapping fun lst)
 (cond
    ((null? lst) '())
    (true (cons (apply fun (list (first lst)))
          (new_mapping fun (rest lst))))
 ))
; Функция увеличения элемента на 1 :
(define (p1 obj)
 (+ 1 obj)
)
; Остаток от деления на 2 :
(define (m2 obj)
 (mod obj 2))
```

Примеры использования применяющих функционалов.

Задача 2. Написать функционал, который проверяет выполнение некоторого условия (SYMBOLP/symbol?, INTEGERP/integer?, MINUSP, ZEROP/zero?) для каждого элемента списка.

```
; Описание функционала в muLISP :
(defun every (fun lst)
 ((null lst) t)
 ((funcall fun (car lst))(every fun (cdr lst)))
 nil)
```

Пример вызова :

```
(every integerp '(1 2))
```

возвращает T в качестве результата.

```
; Описание функционала в newLISP-tk :
(define (every fun lst)
 (cond
  ((null? lst) true)
  ((apply fun (list (first lst)))(every fun (rest lst)))
  (true nil)))
```

Пример вызова :

```
(every integer? '(1 2))
```

возвращает true в качестве результата.

Примеры использования применяющих функционалов.

Задача 3. Написать функционал, который возвращает T, если найдется хотя бы один элемент списка, для которого предикативная функция fun дает T.

```
; Описание функционала в muLISP :
(defun certain (fun lst)
  ((null lst) nil)
  ((funcall fun (car lst)) t)
  (certain fun (cdr lst)))
```

Пример вызова :
(certain integerp '(1 2 e r)) возвращает T в качестве результата.

```
; Описание функционала в newLISP-tk :
(define (certain fun lst)
 (cond
  ((null? lst) nil)
  ((apply fun (list (first lst))) true)
  (true (certain fun (rest lst)))))
```

Пример вызова :
(certain integer? '(1 2 e r))
возвращает true в качестве результата.

Редукция как функция высшего порядка.

Редукция позволяет производить действия рекурсивно с элементами списка lst с условием окончания рекурсии init. fun – функция, которая вызывается для работы с элементами списка lst.

```
; Описание функционала в muLISP :
(defun reduce (fun lst init)
 ((null lst) init)
 (funcall fun (car lst)(reduce fun (cdr lst) init)))

; Описание функционала в newLISP-tk
(define (reduce fun lst init)
 (cond
   ((null? lst) init)
   (true (apply fun (cons (first lst)
                          (reduce fun (rest lst) init)
                  )))))
```

Примеры вызовов :

(reduce '+ '(1 2 3 4) 0) дает в качестве результата 10

(reduce '* '(1 2 3 4) 1) возвращает 24

Функция REDUCE встроена в muLISP.

Описание редукции с помощью локального определения.

muLISP :

```
(defun reduce1 (fun lst init)
 ((null lst) init)
 ((lambda (z)
        (funcall fun (car lst) z))
  (reduce1 fun (cdr lst) init))
)
```

newLISP-tk :

```
(define (reduce1 fun lst init)
  (cond
    ((null? lst) init)
    (true ((lambda (z)
             (apply fun (cons (first lst) z)))
           (reduce1 fun (rest lst) init)))))
```

При этом результат рекурсивного вызова функции reduce1 для хвоста списка lst становится фактическим параметром лямбда-вызова.

Применение редукции.

Задача (из предыдущей лекции). **Есть список. Сформировать список, содержащий два элемента : сумма и произведение элементов списка.**

```
; Решение (newLISP-tk) :
(define (reduce fun lst init)
 (cond
   ((null? lst) init)
   (true (apply fun (cons (first lst)(reduce fun (rest lst) init))))
 ))
; Функция накопления результата
(define (acc obj lst)
 (list (+ obj (first lst))
       (* obj (nth 1 lst)))
)
(reduce 'acc '(1 2 3 4) (list '0 '1))
```

Данный вызов дает в качестве результата список (10 24)

“Сумма-произведение”:реализация с применением функции редукции (продолжение).

```
; Решение (newLISP-tk) :
(define (reduce fun lst init)
 (cond
   ((null? lst) init)
   (true (apply fun (cons (first lst)(reduce fun (rest lst) init))))
 ))
; Функция накопления результата
(define (acc obj lst)
 (list (+ obj (first lst))
       (* obj (nth 1 lst)))
)
(reduce 'acc '(1 2 3 4) (list '0 '1))
```

Данный вызов дает в качестве результата список (10 24)

Отображающие функционалы.

Определение 5. **Отображающие функционалы Лиспа или MAP-функционалы есть функции, отображающие некоторым образом список (последовательность) в новую последовательность или порождают побочный эффект, связанный с этой последовательностью.**

Имена MAP - функций начинаются на MAP, их вызов имеет вид :

(MAPx fn l1 l2 ... lN). Здесь l1 ... lN - списки, а fn - функция от N аргументов.

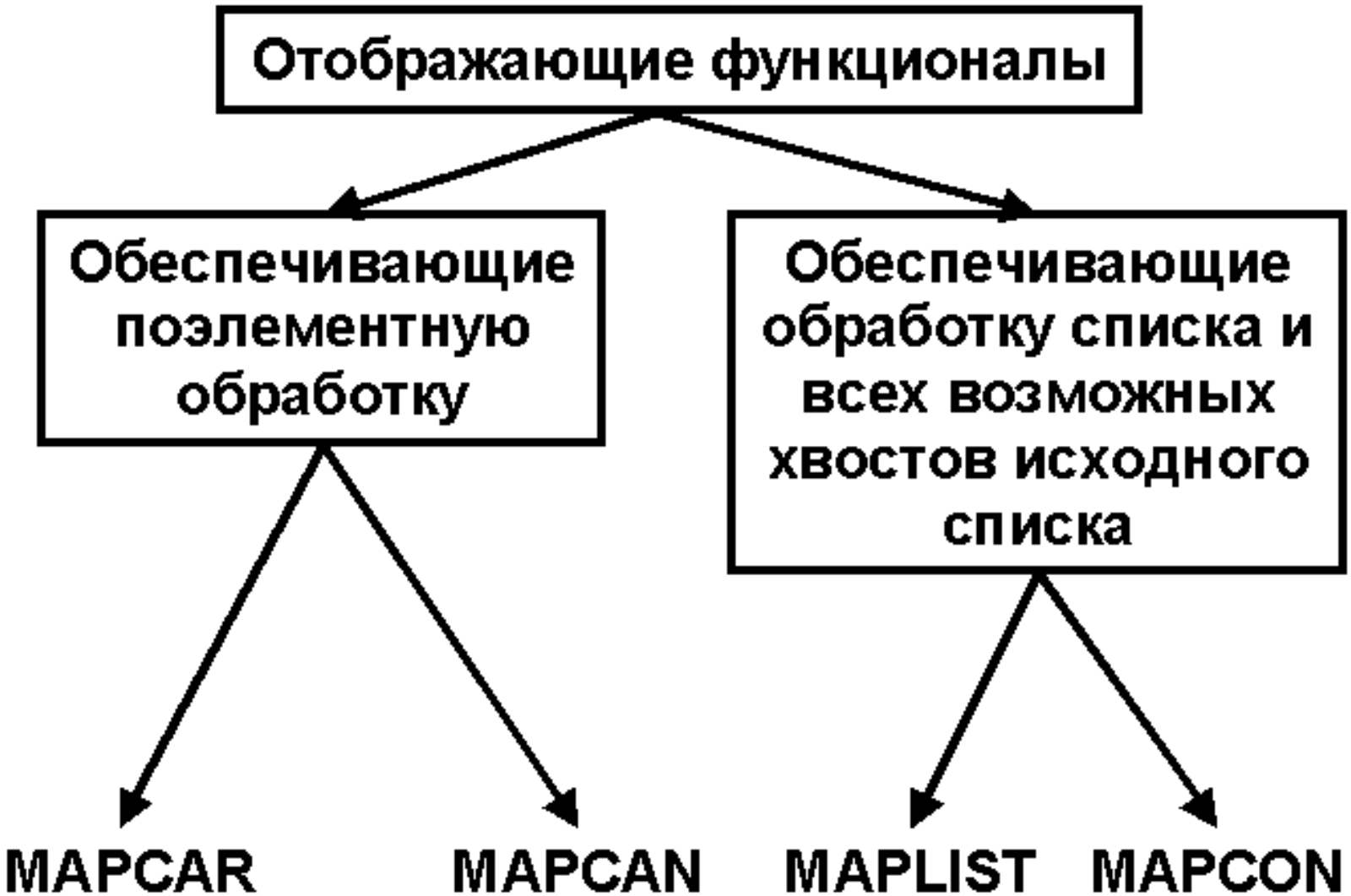
Как правило, MAP - функция применяется к одному аргументу-списку, то есть fn - функция от одного аргумента :

(MAPx fn список)

В newLISP-tk определен один отображающий функционал map. Он отображает аргументы-списки в новый список применением к одинаково расположенным элементам этих списков функции, представленной первым аргументом.

Пример : (map + '(1 2 3) '(50 60 70)) возвращает '(51 62 73).

Виды отображающих функционалов.



Функционалы поэлементной обработки.

1). Функционал MAPCAR обеспечивает реализацию функционального аргумента над всеми элементами списка и объединяет результаты в список.

Пример : (mapcar ‘list ‘(a b c)) дает ‘((a)(b)(c)).

2). Функционал MAPCAN аналогичен MAPCAR, отличие состоит в объединении списков-результатов с использованием структуроразрушающей псевдофункции NCONC.

Пример : (mapcan ‘list ‘(a b c)) дает ‘(a b c)

Функционалы списочной обработки. Псевдофункционалы.

1). Функционал MAPLIST обеспечивает реализацию функционального аргумента над списком и всеми его хвостовыми частями.

Пример : (maplist ‘list ‘(a b c)) дает ‘(((a b c))((b c))((c))).

2). Функционал MAPCON аналогичен MAPLIST, отличие состоит в использовании структуроразрушающей псевдофункции NCONC.

Пример : (mapcon ‘list ‘(a b c)) дает ‘((a b c)(b c)(c)).

Псевдофункционалы MAPC и MAPL используются для получения побочного эффекта. Аналогичны по действию MAPCAN и MAPCON и отличаются тем, что не объединяют и не собирают результаты, а теряют их.

Пример.

(mapc 'list '(a b c))

(mapl 'list '(a b c))

В обоих случаях будет возвращен список '(a b c)

Использование отображающих функционалов.

Задача. Преобразовать локальное определение LET в локальное определение LAMBDA. Решение :

(setq letlist ‘((form1 fact1)(form2 fact2)(form3 fact3)))

Вызов (mapcar ‘car letlist) дает список формальных параметров : (form1 form2 form3).

Вызов (mapcar ‘cadr letlist) дает список фактических параметров : (fact1 fact2 fact3).

Результирующее локальное лямбда-определение получается следующим образом :

(list ‘lambda (mapcar ‘car letlist) ‘body)

Как результат получаем : (lambda (form1 form2 form3) body)

Получение лямбда-вызова на основе описанного преобразования локального определения LET в локальное определение LAMBDA происходит следующим образом :

(cons (list ‘lambda (mapcar ‘car letlist) ‘body) (mapcar ‘cadr letlist))

В результате получаем :

((lambda (form1 form2 form3) body) fact1 fact2 fact3)

Вариант описания редукции на основе преобразования LET-LAMBDA

```
; Запись локального определения LET с помощью
; локального определения LAMBDA

(defun let (letlist body)
  (cons (list 'lambda (mapcar 'car letlist) body)
        (mapcar 'cadr letlist))
)

; Запись reduce с применением
; локального определения LET.

(defun reduce2 (fun lst init)
 ((null lst) init)
 (eval (let (setq z (reduce2 fun (cdr lst) init))
            (funcall fun (car lst) z))
 )
)
```

Автофункции.

Класс автофункций образуют функции, использующие или копирующие себя. Данный класс есть результат объединения использования рекурсии и функционалов.

Различают автоаппликативные (получающие сами себя в качестве аргументов) и авторепликативные (возвращающие сами себя) функции.

```
; muLISP-пример
; автоаппликативного варианта факториала
(defun fact (n)
 (factorial 'factorial n))

(defun factorial (f n)
 ((zerop n) 1)
 (* n (funcall f f (- n 1))))
```

Автофункции (продолжение).

```
; Автоаппликативный вариант факториала
; в newLISP-tk

(define (fact_autofun n)
 (factorial 'factorial n))

(define (factorial f n)
 (cond
  ((zero? n) 1)
  (true (* n (apply f (list f (- n 1)))))))
```

Возможными применениями автоаппликативных функций могут быть задачи, сохраняющие неизменными определенные свойства : применимость, репродуцируемость, способность к самоизменениям – приспособляемости, согласованности и обучаемости. Основная проблема – учет инвариантных свойств вычислений.