

Домашнее задание 2. Двойственная задачи.

Курс: Графические модели, 2016

1 Двойственная задача к LP

Рассмотрим следующую задачу целочисленного линейного программирования.

$$\begin{aligned} c^T x &\rightarrow \min_{x \in \{0,1\}^N} \\ Ax &= b. \end{aligned} \quad (1)$$

Рассмотрим также релаксированную задачу линейного программирования.

$$\begin{aligned} c^T x &\rightarrow \min_{x \in [0,1]^N} \\ Ax &= b. \end{aligned} \quad (2)$$

1. Как соотносятся значения функции $c^T x$ в точках оптимума задач (1) и (2)?
2. Выведите двойственную задачу к задачам (1) и (2).
3. Как соотносятся решения соответствующих двойственных задач?
4. Будет ли иметь место сильная двойственность в первой задаче? А во второй?

2 Линейная регрессия с l1-регуляризацией

Рассмотрим задачу линейной регрессии с l1-регуляризатором.

$$\frac{1}{2} \|Ax - b\|_2^2 + \alpha \|x\|_1 \rightarrow \min_{x \in \mathbb{R}^N} \quad (3)$$

Для решения этой задачи применим двойственное разложение. Представим задачу в эквивалентном виде.

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \|y\|_2^2 + \alpha \|x\|_1 \rightarrow \min_{x, y \in \mathbb{R}^N} \\ Ax - b = y \end{cases} \quad (4)$$

1. Выведите двойственную задачу к (4)
2. Как по решению двойственной задачи μ^* получить решение исходной задачи (4).
3. При каких μ^* будет иметь место сильная двойственность?