Вероятностное тематическое моделирование: опыт построения прикладной теории

Воронцов Константин Вячеславович

(Лаборатория машинного интеллекта МФТИ)

• 10-я Традиционная Молодёжная Школа •

Вороново, Новая Москва • 10–15 июня 2018

Содержание

1. **Путешествие по моделям**
   - Мотивации. Простые тематические модели
   - Проверка устойчивости
   - Регуляризация
2. **Путешествие внутрь текста**
   - Автоматическое выделение терминов
   - Внутритекстовый регуляризатор
   - Тематические эмбединги
3. **Путешествие по структурам**
   - Проблема определения числа тем
   - Тематические иерархии
   - Тематизация транзакционных данных

Что такое «тема» в коллекции текстовых документов?

Выделение тем — первый шаг к пониманию смысла текста

- *тема* — специальная терминология предметной области
- *тема* — набор часто совместно встречающихся терминов

Более формально,

- *тема* — условное распределение на множестве терминов, $p(w|t)$ — вероятность (частота) термина w в теме t;
- *тематика* документа — условное распределение $p(t|d)$ — вероятность (частота) темы t в документе d.

Когда автор писал термин w в документе d, он думал о теме t, и мы хотели бы выявить, о какой именно.

Тематическая модель выявляет латентные (скрытые) темы по наблюдаемым распределениям слов $p(w|d)$ в документах.

Пример. Мультиязычная модель Википедии

216 175 русско-английских пар статей.
Первые 10 слов и их вероятности $p(w|t)$ в %:

Тема №68				Тема №79			
research	4.56	институт	6.03	goals	4.48	матч	6.02
technology	3.14	университет	3.35	league	3.99	игрок	5.56
engineering	2.63	программа	3.17	club	3.76	сборная	4.51
institute	2.37	учебный	2.75	season	3.49	фк	3.25
science	1.97	технический	2.70	scored	2.72	против	3.20
program	1.60	технология	2.30	cup	2.57	клуб	3.14
education	1.44	научный	1.76	goal	2.48	футболист	2.67
campus	1.43	исследование	1.67	apps	1.74	гол	2.65
management	1.38	наука	1.64	debut	1.69	забивать	2.53
programs	1.36	образование	1.47	match	1.67	команда	2.14

Асессор оценил 396 тем из 400 как хорошо интерпретируемые.

Vorontsov, Frei, Apishev, Romov, Suvorova. BigARTM: Open Source Library for Regularized Multimodal Topic Modeling of Large Collections. AIST-2015.

Пример. Мультиязычная модель Википедии

216 175 русско-английских пар статей.
Первые 10 слов и их вероятности $p(w|t)$ в %:

Тема №88				Тема №251			
opera	7.36	опера	7.82	windows	8.00	windows	6.05
conductor	1.69	оперный	3.13	microsoft	4.03	microsoft	3.76
orchestra	1.14	дирижер	2.82	server	2.93	версия	1.86
wagner	0.97	певец	1.65	software	1.38	приложение	1.86
soprano	0.78	певица	1.51	user	1.03	сервер	1.63
performance	0.78	театр	1.14	security	0.92	server	1.54
mozart	0.74	партия	1.05	mitchell	0.82	программный	1.08
sang	0.70	сопрано	0.97	oracle	0.82	пользователь	1.04
singing	0.69	вагнер	0.90	enterprise	0.78	обеспечение	1.02
operas	0.68	оркестр	0.82	users	0.78	система	0.96

Асессор оценил 396 тем из 400 как хорошо интерпретируемые.

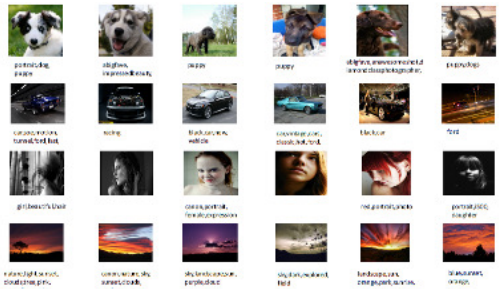
Vorontsov, Frei, Apishev, Romov, Suvorova. BigARTM: Open Source Library for Regularized Multimodal Topic Modeling of Large Collections. AIST-2015.

Приложения тематического моделирования

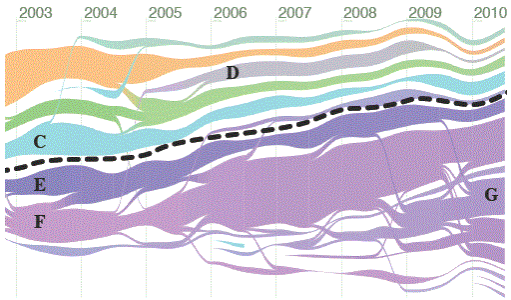
разведочный поиск в электронных библиотеках

персонализированный поиск в соцсетях

мультимодальный поиск текстов и изображений

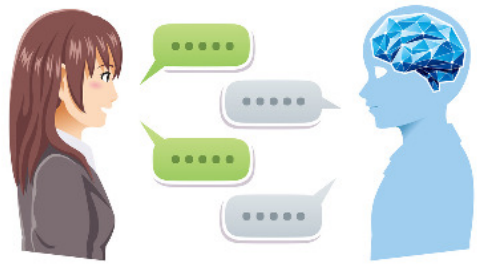


детектирование и трекинг новостных сюжетов



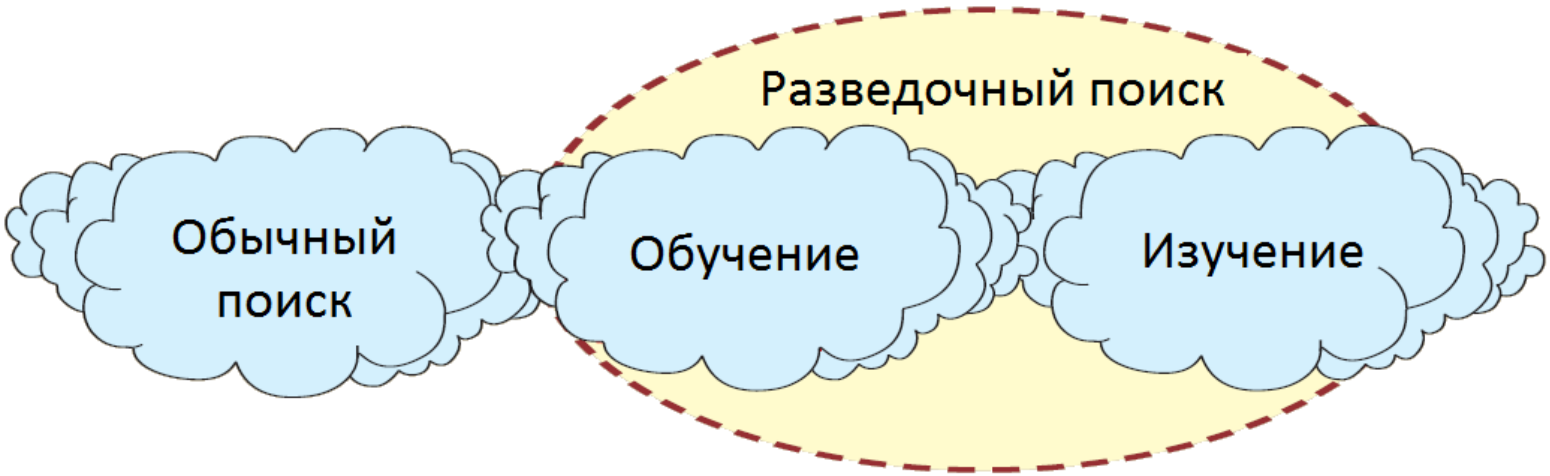
навигация по большим текстовым коллекциям

управлением диалогом в разговорном интеллекте



Концепция разведочного поиска (exploratory search)

- пользователь может не знать ключевых терминов,
- запросом может быть текст произвольной длины,
- информационной потребностью — систематизация знаний



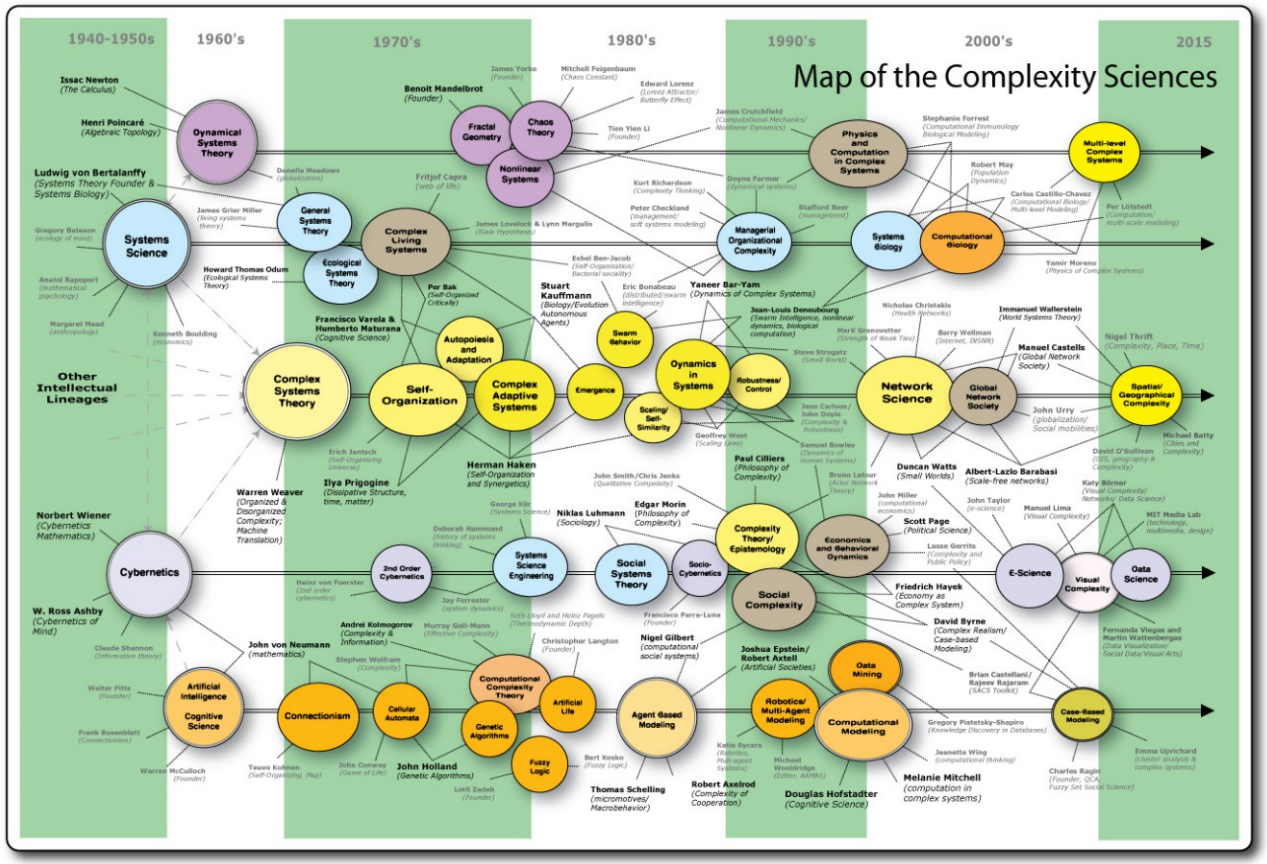
навигация в сети, поиск фактов, упоминаний, конкретных ответов

самообразование, тематический поиск систематизация знаний

исследование, экспертиза, реферирование, мониторинг тем

Gary Marchionini. Exploratory Search: from finding to understanding. 2006.

Пример карты предметной области, построенной вручную

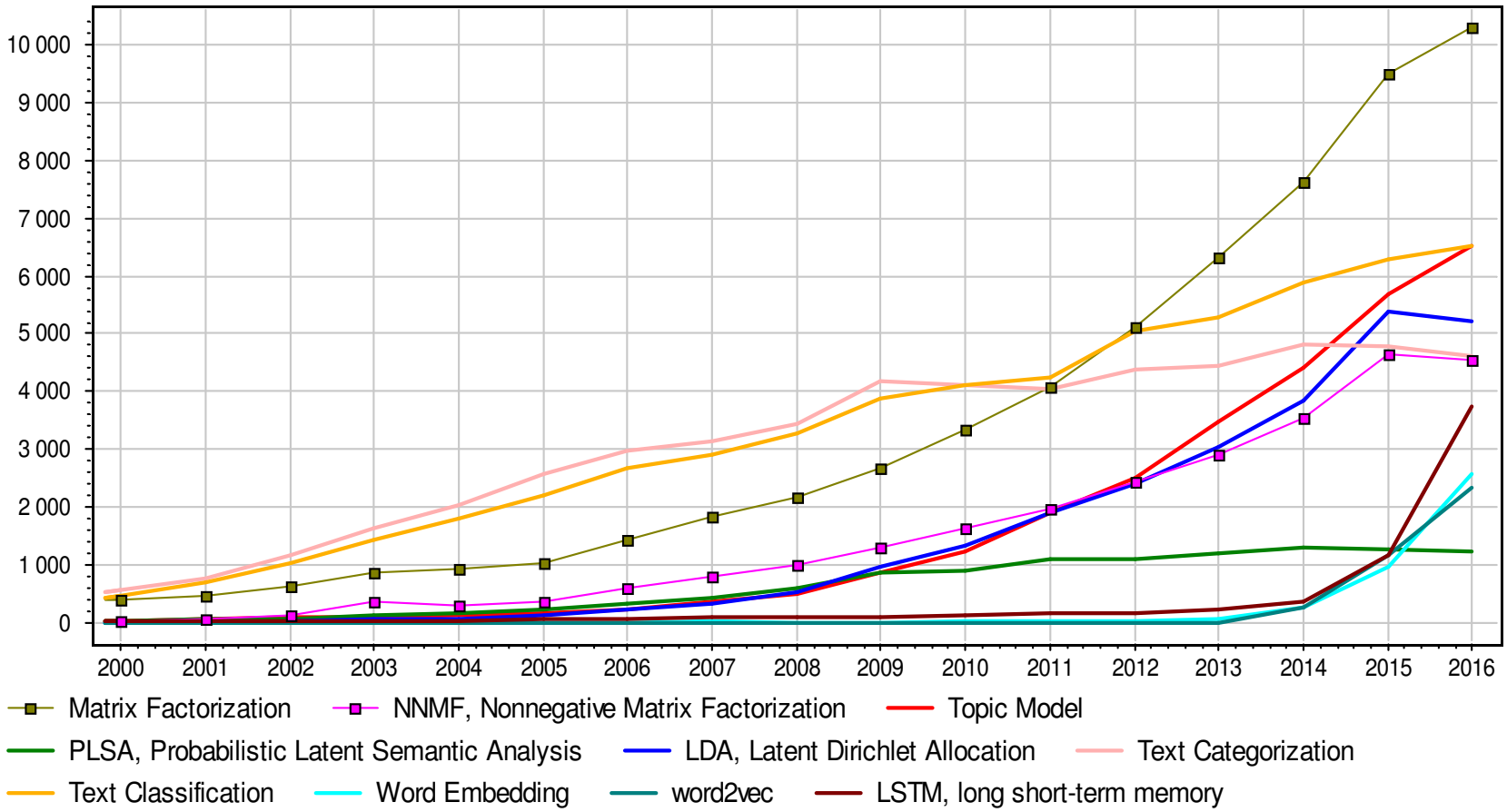


Вызов: как строить такие карты полностью автоматически?

http://www.theoryculturesociety.org/brian-castellani-on-the-complexity-sciences

Тематическое моделирование и смежные области исследований

Динамика цитирования, по данным Google Scholar:



Пусть

- W — конечное множество слов (терминов, токенов)
- D — конечное множество текстовых документов
- T — конечное множество тем
- каждое слово w в документе d связано с некоторой темой t
- $D \times W \times T$ — дискретное вероятностное пространство
- порядок слов в документе не важен (bag of words)
- порядок документов в коллекции не важен
- коллекция — это i.i.d. выборка $(d_i, w_i, t_i)_{i=1}^n \sim p(d, w, t)$
- d_i, w_i — наблюдаемые, темы t_i — скрытые
- гипотеза условной независимости: $p(w|d,t) = p(w|t)$

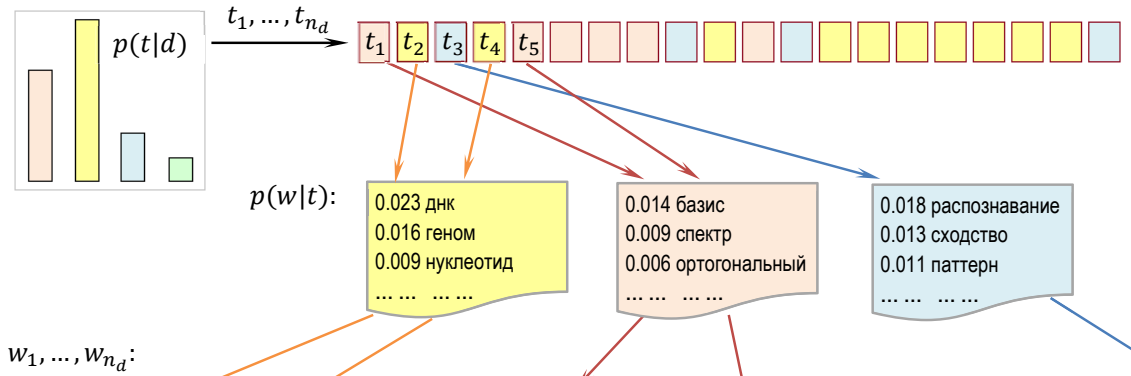
Тематическая модель, по формуле полной вероятности:

$$p(w|d) = \sum_{t \in T} p(w \mid \cancel{d}, t)\, p(t|d)$$

Прямая задача — порождение коллекции по $p(w|t)$ и $p(t|d)$

Вероятностная тематическая модель коллекции документов D описывает появление терминов w в документах d темами t:

$$p(w|d) = \sum_{t \in T} p(w|t)\, p(t|d)$$



Разработан спектрально-аналитический подход к выявлению размытых протяженных повторов в геномных последовательностях. Метод основан на разномасштабном оценивании сходства нуклеотидных последовательностей в пространстве коэффициентов разложения фрагментов кривых GC- и GA-содержания по классическим ортогональным базисам. Найдены условия оптимальной аппроксимации, обеспечивающие автоматическое распознавание повторов различных видов (прямых и инвертированных, а также тандемных) на спектральной матрице сходства. Метод одинаково хорошо работает на разных масштабах данных. Он позволяет выявлять следы сегментных дупликаций и мегасателлитные участки в геноме, районы синтении при сравнении пары геномов. Его можно использовать для детального изучения фрагментов хромосом (поиска размытых участков с умеренной длиной повторяющегося паттерна).

Обратная задача — восстановление $p(w|t)$ и $p(t|d)$ по коллекции

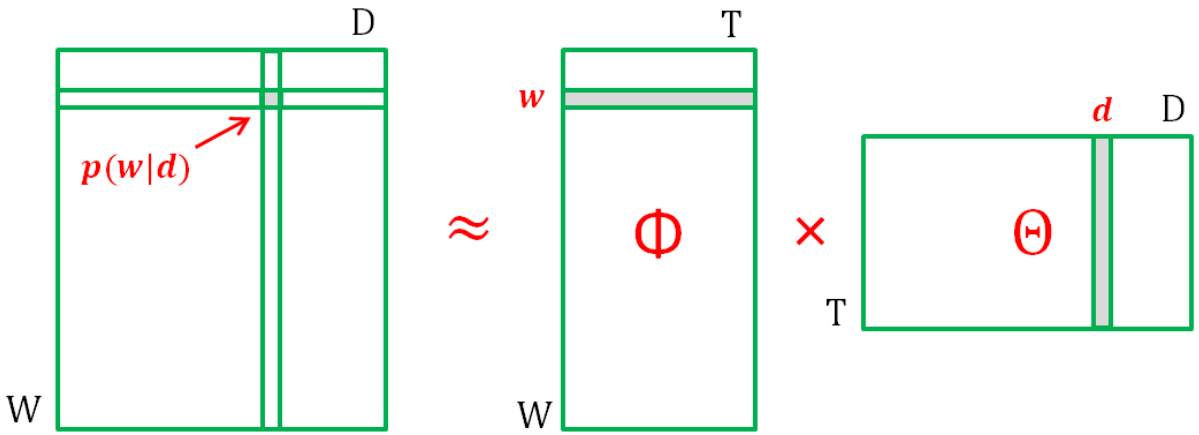
Дано: коллекция текстовых документов

- n_{dw} — частоты терминов в документах, $\hat{p}(w|d) = \frac{n_{dw}}{n_d}$

Найти: параметры тематической модели $p(w|d) = \sum_{t \in T} \phi_{wt}\theta_{td}$

- $\phi_{wt} = p(w|t)$ — вероятности терминов w в каждой теме t
- $\theta_{td} = p(t|d)$ — вероятности тем t в каждом документе d

Это задача стохастического матричного разложения:



Принцип максимума правдоподобия

Правдоподобие — плотность распределения выборки $(d_i, w_i)_{i=1}^n$:

$$\prod_{i=1}^{n} p(d_i, w_i) = \prod_{d \in D} \prod_{w \in d} p(d, w)^{n_{dw}}$$

Максимизация логарифма правдоподобия

$$\sum_{d \in D} \sum_{w \in d} n_{dw} \ln p(w|d) p(d) \to \max_{\Phi, \Theta}$$

эквивалентна максимизации функционала

$$\mathscr{L}(\Phi, \Theta) = \sum_{d \in D} \sum_{w \in d} n_{dw} \ln \sum_{t \in T} \phi_{wt} \theta_{td} \to \max_{\Phi, \Theta}$$

при ограничениях неотрицательности и нормировки

$$\phi_{wt} \geqslant 0; \quad \sum_{w \in W} \phi_{wt} = 1; \qquad \theta_{td} \geqslant 0; \quad \sum_{t \in T} \theta_{td} = 1.$$

PLSA — Probabilistic Latent Semantic Analysis [Hofmann, 1999]

Задача максимизации логарифма правдоподобия:

$$\mathscr{L}(\Phi,\Theta) = \sum_{d,w} n_{dw} \ln \sum_{t} \phi_{wt}\theta_{td} \;\to\; \max_{\Phi,\Theta}$$

EM-алгоритм: метод простой итерации для системы уравнений со вспомогательными переменными $p_{tdw} = p(t|d,w)$:

$$\text{E-шаг:}\quad p_{tdw} = \operatorname*{norm}_{t\in T}\left(\phi_{wt}\theta_{td}\right)$$

$$\text{M-шаг:}\quad \begin{cases} \phi_{wt} = \operatorname*{norm}_{w\in W}\left(\sum_{d\in D} n_{dw}p_{tdw}\right) \\ \theta_{td} = \operatorname*{norm}_{t\in T}\left(\sum_{w\in d} n_{dw}p_{tdw}\right) \end{cases}$$

где $\operatorname*{norm}_{t\in T} x_t = \dfrac{\max\{x_t,0\}}{\sum_{s\in T}\max\{x_s,0\}}$ — операция нормировки вектора.

Недостатки PLSA

1. Якобы невозможность моделирования новых документов
2. Большая размерность пространства параметров
3. Якобы из-за этого сильное переобучение
4. Неединственность и неустойчивость решения:
   если $\Phi\Theta$ — решение, то $(\Phi S)(S^{-1}\Theta)$ — тоже решение
5. Нет управления *разреженностью* Φ и Θ, т.к.
   (в начале $\phi_{wt} = 0$) $\Leftrightarrow$ (в финале $\phi_{wt} = 0$),
   (в начале $\theta_{td} = 0$) $\Leftrightarrow$ (в финале $\theta_{td} = 0$)
6. Темы не всегда интерпретируемы
7. Нет выделения нетематических (фоновых) слов
8. Не ясно, как учитывать дополнительную информацию

Blei D., Ng A., Jordan M. Latent Dirichlet Allocation. JMLR, 2003.

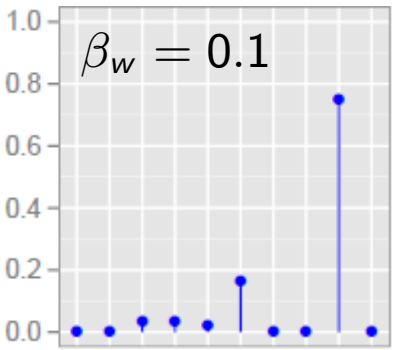
Гипотеза об априорных распределениях Дирихле

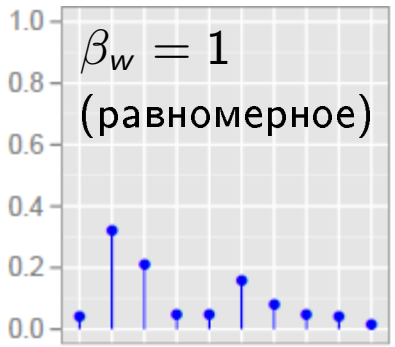
Гипотеза. Вектор-столбцы $\phi_t = (\phi_{wt})_{w \in W}$ и $\theta_d = (\theta_{td})_{t \in T}$ порождаются распределениями Дирихле, $\alpha \in \mathbb{R}^{|T|}$, $\beta \in \mathbb{R}^{|W|}$:

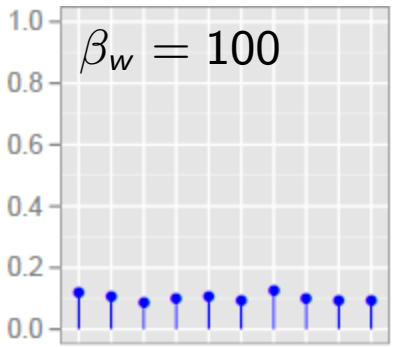
$$\mathrm{Dir}(\phi_t|\beta) = \frac{\Gamma(\beta_0)}{\prod_w \Gamma(\beta_w)} \prod_w \phi_{wt}^{\beta_w - 1}, \quad \phi_{wt} > 0; \quad \beta_0 = \sum_w \beta_w, \ \beta_t > 0;$$

$$\mathrm{Dir}(\theta_d|\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha_0)}{\prod_t \Gamma(\alpha_t)} \prod_t \theta_{td}^{\alpha_t - 1}, \quad \theta_{td} > 0; \quad \alpha_0 = \sum_t \alpha_t, \ \alpha_t > 0;$$

Пример. Распределение $\phi \sim \mathrm{Dir}(\beta)$ при $|W| = 10$, $\phi, \beta \in \mathbb{R}^{10}$:



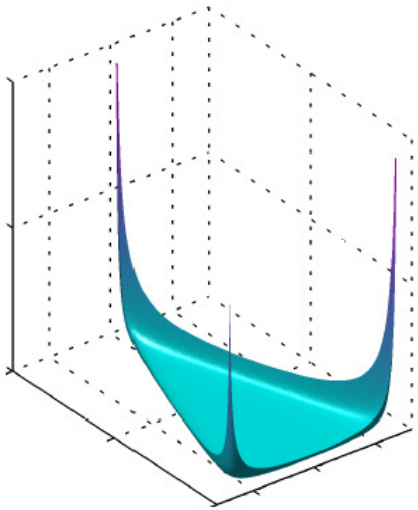




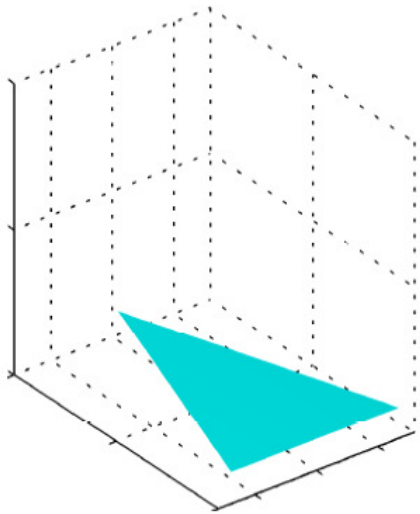
Почему именно распределение Дирихле?

– Может порождать сглаженные или разреженные векторы
– Имеет параметры, управляющие степенью разреженности
– Неплохо описывает кластерные структуры на симплексе
– Является сопряжённым к мультиномиальному распределению

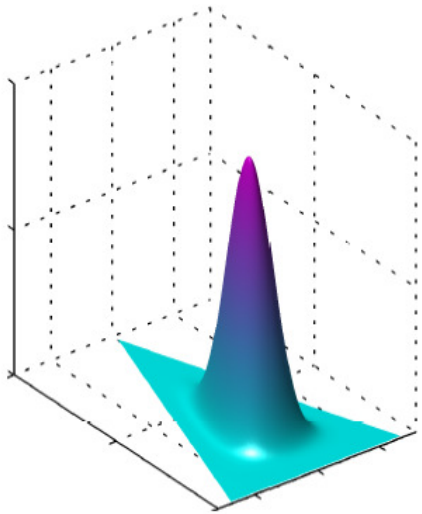
Пример. $\mathrm{Dir}(\theta|\alpha)$ при $|T| = 3$, $\theta, \alpha \in \mathbb{R}^3$:



$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.1$



$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1$



$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 10$

Байесовское обучение — доминирующий подход в TM

Основа подхода — байесовский вывод:

$$\text{Posterior}(\Phi, \Theta) \;\propto\; \text{Prior}(\Phi, \Theta)\, P(\text{data}|\Phi, \Theta)$$

В модели LDA Prior и Posterior — распределения Дирихле.

Проблемы:

- Нам нужны лишь значения Φ, Θ, а не их распределения
- Prior Дирихле лингвистически слабо обоснован
- Задача сильно усложняется для других Prior
- Байесовский вывод уникален для каждой модели
- Технически трудно обобщать и комбинировать модели

Blei D., Ng A., Jordan M. Latent Dirichlet Allocation. JMLR, 2003.

Максимизация апостериорной вероятности для модели LDA

Совместное правдоподобие данных и модели:

$$\ln \prod_{d\in D}\prod_{w\in d} p(d,w|\Phi,\Theta)^{n_{dw}} \prod_{t\in T}\mathrm{Dir}(\phi_t|\beta) \prod_{d\in D}\mathrm{Dir}(\theta_d|\alpha) \to \max_{\Phi,\Theta}$$

Принцип MAP (maximum a posteriori probability)

$$\sum_{d\in D}\sum_{w\in d} n_{dw} \ln \sum_{t\in T} \phi_{wt}\theta_{td} + \\ + \sum_{t\in T}\sum_{w\in W} \ln \phi_{wt}^{\beta_w - 1} + \sum_{d\in D}\sum_{t\in T} \ln \theta_{td}^{\alpha_t - 1} \to \max_{\Phi,\Theta}$$

при ограничениях неотрицательности и нормировки

$$\phi_{wt} \geqslant 0; \quad \sum_{w\in W} \phi_{wt} = 1; \qquad \theta_{td} \geqslant 0; \quad \sum_{t\in T} \theta_{td} = 1.$$

Регуляризованный EM-алгоритм для модели LDA

Максимум апостериорной вероятности:

$$\underbrace{\sum_{d,w} n_{dw} \ln \sum_t \phi_{wt}\theta_{td}}_{\ln \text{ правдоподобия } \mathscr{L}(\Phi,\Theta)} + \underbrace{\sum_{t,w}(\beta_w - 1)\ln \phi_{wt} + \sum_{d,t}(\alpha_t - 1)\ln \theta_{td}}_{\text{критерий регуляризации } R(\Phi,\Theta)} \to \max_{\Phi,\Theta}$$

EM-алгоритм: метод простой итерации для системы уравнений

$$\begin{cases} \text{E-шаг:} & p_{tdw} = \underset{t\in T}{\text{norm}}\left(\phi_{wt}\theta_{td}\right) \\ \text{M-шаг:} & \phi_{wt} = \underset{w\in W}{\text{norm}}\left(\sum\limits_{d\in D} n_{dw}p_{tdw} + \beta_w - 1\right) \\ & \theta_{td} = \underset{t\in T}{\text{norm}}\left(\sum\limits_{w\in d} n_{dw}p_{tdw} + \alpha_t - 1\right) \end{cases}$$

Мифы про LDA

- LDA существенно меньше переобучается, чем PLSA
- LDA строит разреженные тематические модели
- LDA имеет меньше параметров по сравнению с PLSA
- LDA == тематическое моделирование

На самом деле,

- LDA и PLSA почти не отличаются на больших данных
- LDA не максимизирует разреженность моделей
- LDA имеет больше параметров по сравнению с PLSA
- LDA не решает проблему неединственности разложения
- LDA — слабый и не очень интересный регуляризатор

Asuncion A., Welling M., Smyth P., Teh Y. W. On smoothing and inference for topic models. Int'l Conf. on Uncertainty in Artificial Intelligence, 2009.

Способны ли PLSA и LDA восстановить истинные темы?

Матрицы Φ_0 и Θ_0 порождаются распределением Дирихле.
Синтетическая коллекция порождается матрицами Φ_0 и Θ_0.
Размеры: $|D| = 500$, $|W| = 1000$, $|T| = 30$, $n_d \in [100, 600]$.

Цель — сравнить восстановленные распределения $p(i|j)$
с исходными синтетическими распределениями $p_0(i|j)$
по среднему расстоянию Хеллингера:

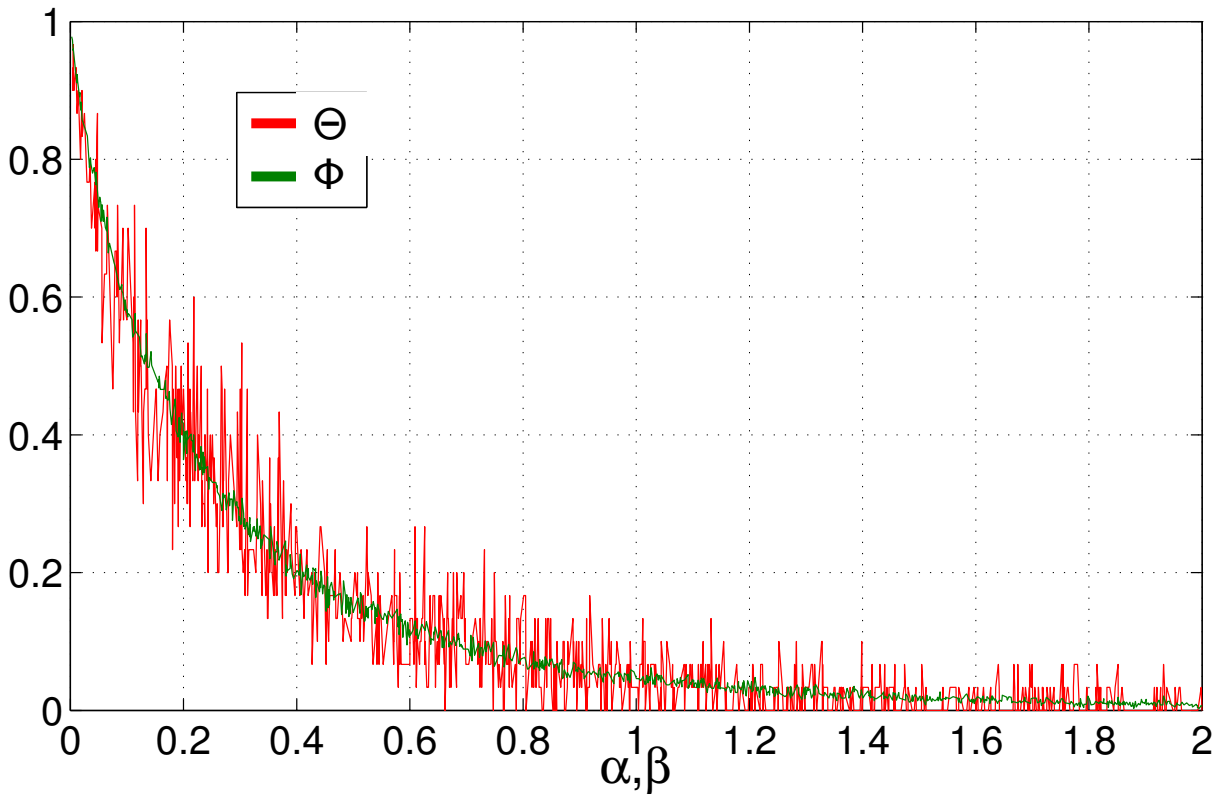
$$H(p, p_0) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \left(\sqrt{p(i|j)} - \sqrt{p_0(i|j)} \right)^2},$$

как для самих матриц Φ и Θ, так и для их произведения:

$$D_\Phi = H(\Phi, \Phi_0);$$
$$D_\Theta = H(\Theta, \Theta_0);$$
$$D_{\Phi\Theta} = H(\Phi\Theta, \Phi_0\Theta_0).$$

Разреженность векторов, порождаемых распределением Dir

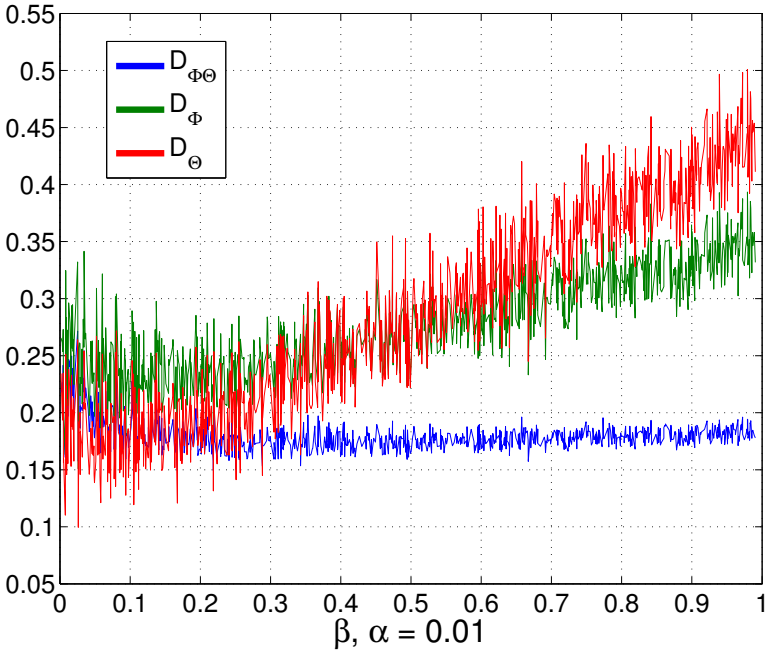
Зависимость разреженности (доли почти нулевых элементов) распределений $\theta_d^0 \sim \text{Dir}(\alpha)$ и $\phi_t^0 \sim \text{Dir}(\beta)$ от параметров α и β симметричного распределения Дирихле:



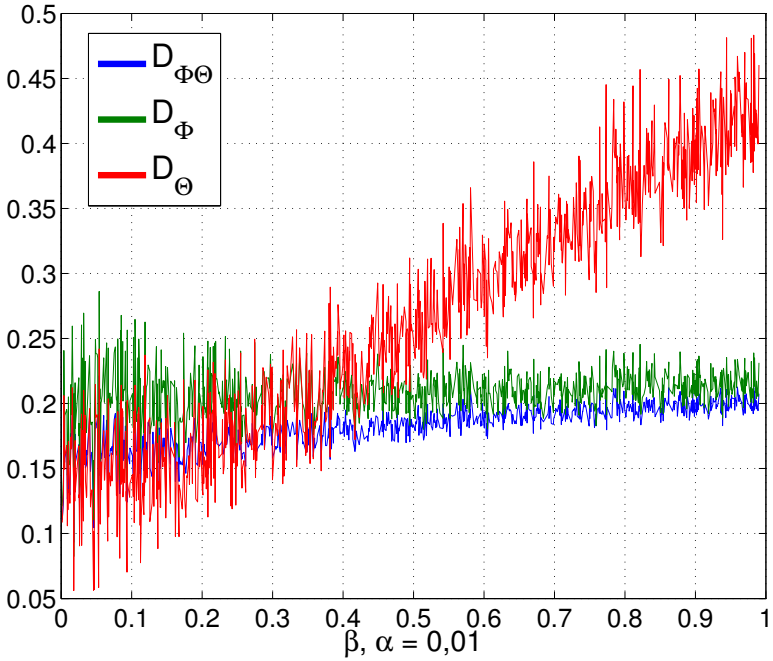
Неустойчивость восстановления матриц Φ и Θ

Зависимость точности восстановления матриц Φ, Θ и ΦΘ от разреженности матрицы Φ_0 при фиксированном $\alpha = 0.01$

PLSA



LDA

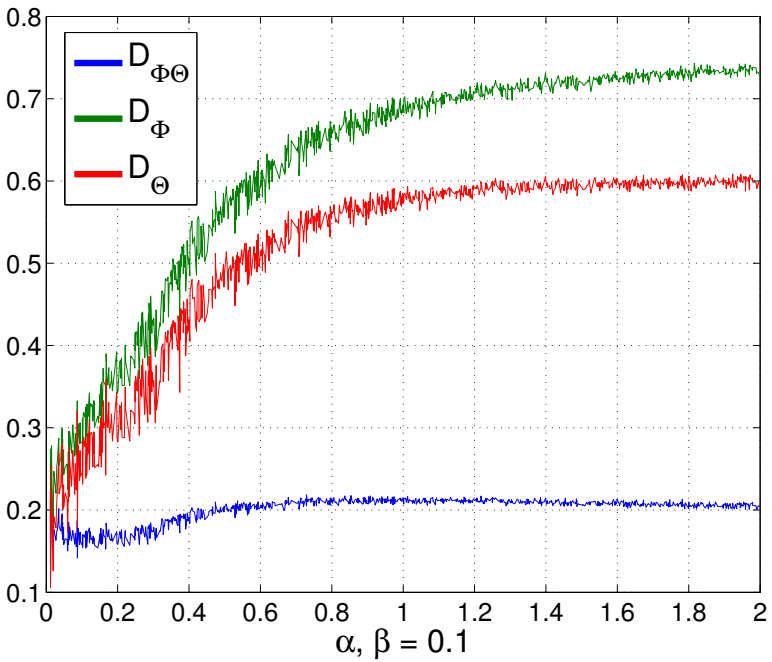


Виталий Глушаченков. Устойчивость матричных разложений в задачах тематического моделирования. Магистерская диссертация, МФТИ, 2013.

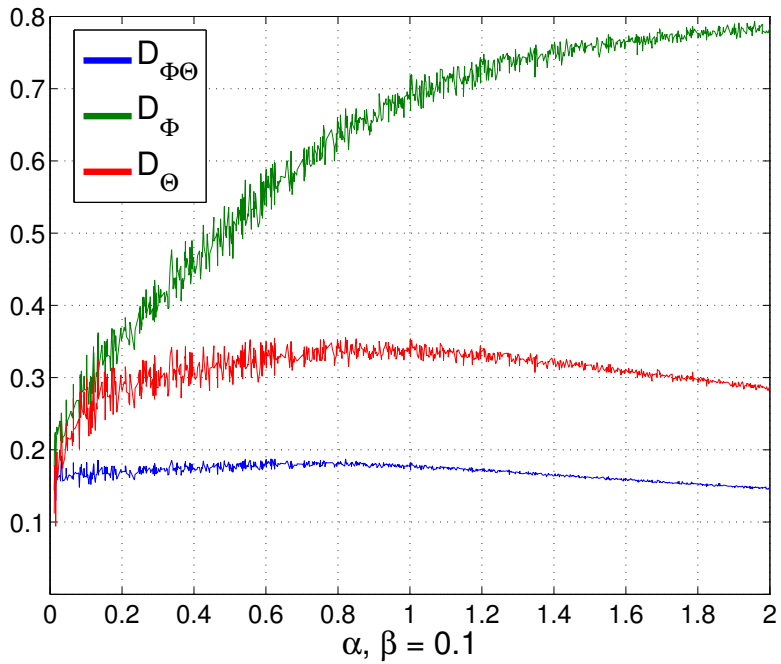
Неустойчивость восстановления матриц Φ и Θ

Зависимость точности восстановления матриц Φ, Θ и ΦΘ от разреженности матрицы Θ_0 при фиксированном $\beta = 0.1$

PLSA



LDA



Виталий Глушаченков. Устойчивость матричных разложений в задачах тематического моделирования. Магистерская диссертация, МФТИ, 2013.

Второй эксперимент — на реальных данных

Посты ЖЖ: $|D| = 300\,\text{K}$, $|W| = 154\,\text{K}$, $n = 35\,\text{M}$, $|T| = 120$.
LDA: симметричное распределение Дирихле, $\beta = 0.1$, $\alpha = 0.5$.

Цель эксперимента — оценить различность тем, получаемых в нескольких запусках алгоритма LDA Gibbs Sampling.

Проблема «проклятия размерности»:
длинные хвосты мешают сравнивать распределения.

Доля существенных терминов в темах (word ratio):

$$WR = \frac{1}{|W|}\frac{1}{|T|}\sum_{w\in W}\sum_{t\in T}\left[\phi_{wt} > \frac{1}{|W|}\right] \quad \text{(в эксперименте } \sim 3.5\%\text{)}$$

Доля существенных тем в документах (document ratio):

$$DR = \frac{1}{|D|}\frac{1}{|T|}\sum_{d\in D}\sum_{t\in T}\left[\theta_{td} > \frac{1}{|T|}\right] \quad \text{(в эксперименте } \sim 11.5\%\text{)}$$

Koltcov S., Koltsova O., Nikolenko S. Latent Dirichlet Allocation: Stability and applications to studies of user-generated content. ACM WebSci, 2014.

Методика эксперимента

Оставлены слова w, имеющие $\phi_{wt} > \frac{1}{|W|}$ хотя бы в одной теме
Сокращение словаря (vocabulary reduction): 154 K $\to$ 8 K.

Дивергенция Кульбака–Лейблера между темами t и s:

$$\mathrm{KL}(t,s) = \sum_{w \in W} p(w|t) \ln \frac{p(w|t)}{p(w|s)}$$

Нормированная KL-близость пар тем t и s:

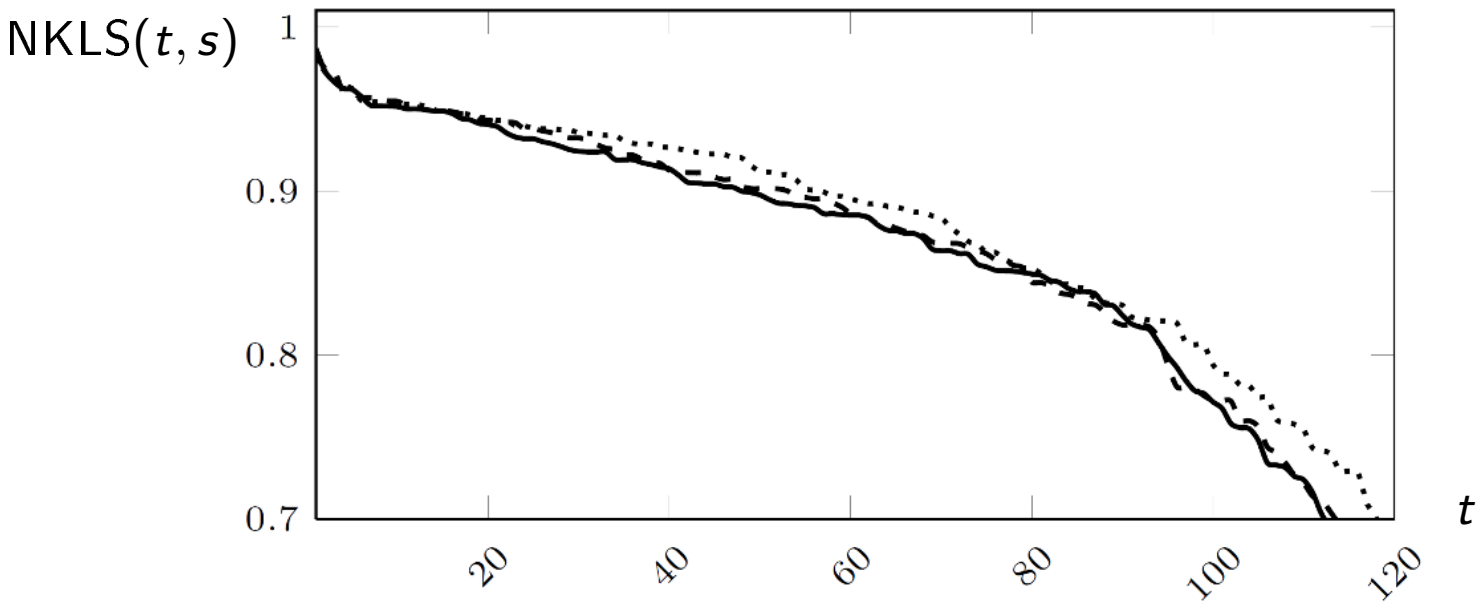
$$\mathrm{NKLS}(t,s) = \left(1 - \frac{\mathrm{KL}(t,s)}{\max\limits_{t',s'} \mathrm{KL}(t',s')}\right)$$

При $\mathrm{NKLS}(t,s) > 0.9$ в темах совпадают 30–50 топовых слов, и эксперты-социологи признают такие темы одинаковыми.

Koltcov S., Koltsova O., Nikolenko S. Latent Dirichlet Allocation: Stability and applications to studies of user-generated content. ACM WebSci, 2014.

Неустойчивость LDA в разных запусках

Результат эксперимента: нормированная KL-близость NKLS между темой t и ближайшей к ней s в другом запуске.



1. Менее 50% тем воспроизводятся от запуска к запуску.
2. Плохо воспроизводятся как мусорные темы, так и хорошие.

Koltcov S., Koltsova O., Nikolenko S. Latent Dirichlet Allocation: Stability and applications to studies of user-generated content. ACM WebSci, 2014.

Третий эксперимент: робастная тематическая модель

Гипотеза: каждое слово в документе (d, w) является
— либо тематическим, связанным с какой-то темой t,
— либо специфичным для данного документа (шум),
— либо общеупотребительным (фон).

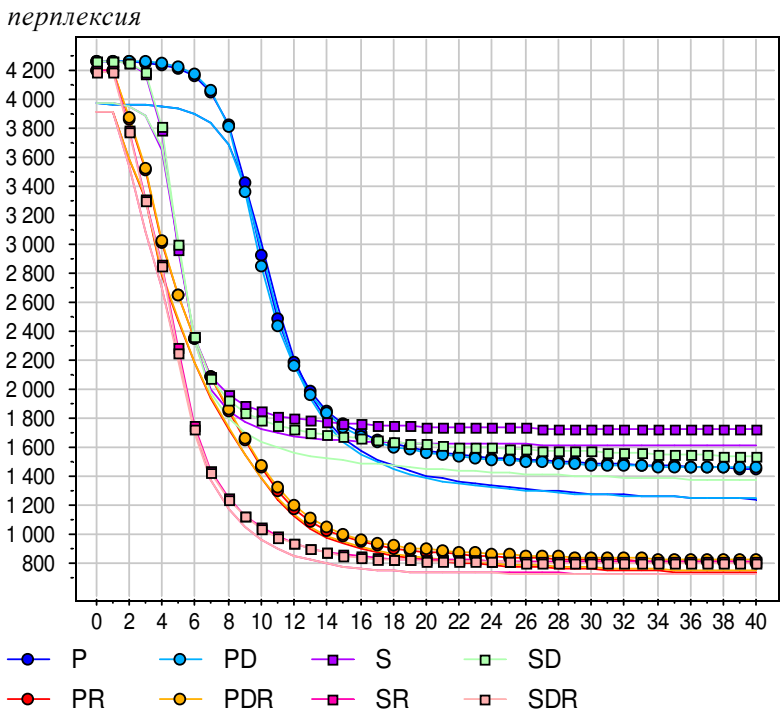
Модель смеси тематической, шумовой и фоновой компонент SWB (Special Words with Background):

$$p(w|d) = \gamma\pi_{dw} + \varepsilon\pi_w + (1 - \gamma - \varepsilon)\sum_{t\in T}\phi_{wt}\theta_{td}$$

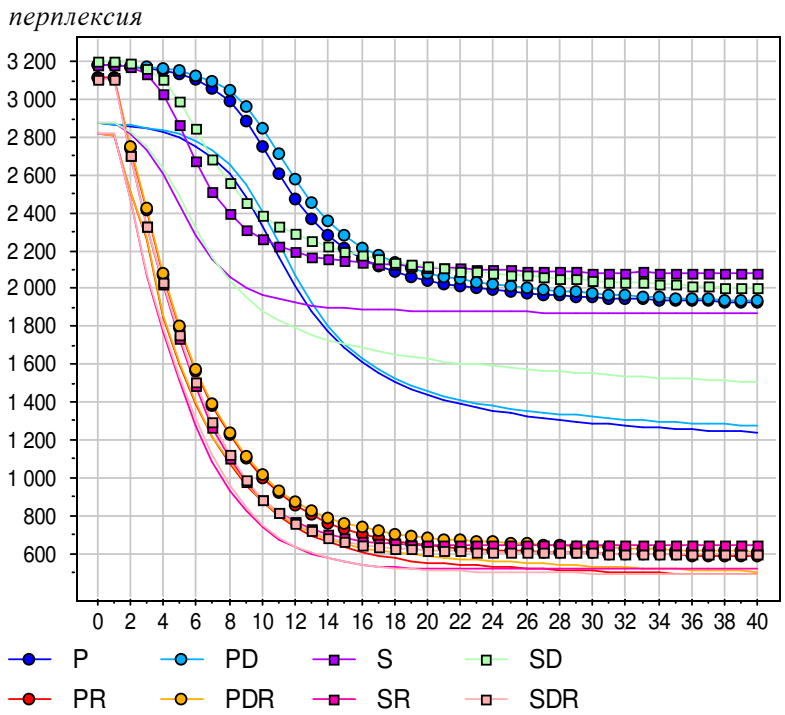
$\pi_{dw} \equiv p_{\text{ш}}(w|d)$ — *шумовая* компонента, γ — параметр;
$\pi_w \equiv p_{\text{ф}}(w)$ — *фоновая* компонента, ε — параметр.

Chemudugunta C., Smyth P., Steyvers M. Modeling general and specific aspects of documents with a probabilistic topic model. NIPS, 2006.

Эксперименты с робастными PLSA и LDA



Коллекция RuDis



Коллекция NIPS

Обозначения: P – PLSA, D – LDA ($\alpha_t = 0.5$, $\beta_w = 0.01$)
S – сэмплирование темы из $p(t|d, w)$ для каждого d, w
R – робастность (шум $\gamma = 0.3$, фон $\varepsilon = 0.01$)

A.Potapenko, K.Vorontsov. Robust PLSA performs better than LDA. ECIR-2013.

Выводы из экспериментов

1. Матрицы Φ, Θ устойчиво восстанавливаются только при сильной разреженности Φ_0, Θ_0 (более 90% нулей)
2. Произведение $\Phi\Theta$ восстанавливается устойчиво, независимо от разреженности исходных Φ_0, Θ_0
3. В разных запусках со случайной инициализацией или сэмплированием строятся существенно различные темы
4. PLSA не переобучается, а лишь хуже моделирует малые вероятности редких слов, которые не интересны.
5. Распределение Дирихле — слишком слабый регуляризатор

Vorontsov K. V., Potapenko A. A. Additive Regularization of Topic Models. Machine Learning. Springer, 2015.

Koltcov S., Koltsova O., Nikolenko S. Latent Dirichlet Allocation: Stability and applications to studies of user-generated content. ACM WebSci, 2014.

Задачи, некорректно поставленные по Адамару

Задача *корректно поставлена*, если её решение

- существует,
- единственно,
- устойчиво.

Жак Саломон Адамар (1865–1963)

Наша задача матричного разложения *некорректно поставлена*: если Φ, Θ — решение, то стохастические Φ', Θ' — тоже решения

- $\Phi'\Theta' = (\Phi S)(S^{-1}\Theta), \;\; \operatorname{rank} S = |T|$
- $\mathscr{L}(\Phi', \Theta') = \mathscr{L}(\Phi, \Theta)$
- $\mathscr{L}(\Phi', \Theta') \leqslant \mathscr{L}(\Phi, \Theta) + \varepsilon$ — приближённые решения

Регуляризация — стандартный приём доопределения решения с помощью дополнительных критериев.

ARTM — Аддитивная Регуляризация Тематических Моделей

Максимизация log правдоподобия с регуляризатором R:

$$\sum_{d,w} n_{dw} \ln \sum_{t \in T} \phi_{wt}\theta_{td} + R(\Phi,\Theta) \to \max_{\Phi,\Theta}; \qquad R(\Phi,\Theta) = \sum_i \tau_i R_i(\Phi,\Theta)$$

EM-алгоритм: метод простой итерации для системы уравнений

$$\text{E-шаг:} \quad p_{tdw} = \underset{t \in T}{\text{norm}}\left(\phi_{wt}\theta_{td}\right)$$

$$\text{M-шаг:} \quad \begin{cases} \phi_{wt} = \underset{w \in W}{\text{norm}}\left(n_{wt} + \phi_{wt}\dfrac{\partial R}{\partial \phi_{wt}} \right), \; n_{wt} = \sum\limits_{d \in D} n_{dw} p_{tdw} \\ \theta_{td} = \underset{t \in T}{\text{norm}}\left(n_{td} + \theta_{td}\dfrac{\partial R}{\partial \theta_{td}} \right), \; n_{td} = \sum\limits_{w \in d} n_{dw} p_{tdw} \end{cases}$$

где $\underset{t \in T}{\text{norm}}(x_t) = \dfrac{\max\{x_t, 0\}}{\sum\limits_{s \in T} \max\{x_s, 0\}}$ — операция нормировки вектора.

Воронцов К. В. Аддитивная регуляризация тематических моделей коллекций текстовых документов. Доклады РАН. 2014.

Условия вырожденности модели для тем и документов

Решение может быть вырожденным для некоторых тем (столбцов матриц Φ) и документов (столбцов матрицы Θ).

Тема t вырождена, если для всех терминов $w \in W$

$$n_{wt} + \phi_{wt} \frac{\partial R}{\partial \phi_{wt}} \leqslant 0.$$

Если тема t вырождена, то $p(w|t) = \phi_{wt} \equiv 0$; это означает, что тема исключается из модели (происходит отбор тем).

Документ d вырожден, если для всех тем $t \in T$

$$n_{td} + \theta_{td} \frac{\partial R}{\partial \theta_{td}} \leqslant 0.$$

Если документ d вырожден, то $p(t|d) = \theta_{td} \equiv 0$; это означает, что модель не в состоянии описать данный документ.

Напоминание. Условия Каруша–Куна–Таккера

Задача математического программирования:

$$\begin{cases} f(x) \to \min\limits_x; \\ g_i(x) \leqslant 0, \quad i = 1, \ldots, m; \\ h_j(x) = 0, \quad j = 1, \ldots, k. \end{cases}$$

Необходимые условия. Если x — точка локального минимума, то существуют множители μ_i, $i = 1, \ldots, m$, λ_j, $j = 1, \ldots, k$:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathscr{L}}{\partial x} = 0, \quad \mathscr{L}(x; \mu, \lambda) = f(x) + \sum\limits_{i=1}^{m} \mu_i g_i(x) + \sum\limits_{j=1}^{k} \lambda_j h_j(x); \\ g_i(x) \leqslant 0; \ h_j(x) = 0; \ \text{(исходные ограничения)} \\ \mu_i \geqslant 0; \ \text{(двойственные ограничения)} \\ \mu_i g_i(x) = 0; \ \text{(условие дополняющей нежёсткости)} \end{cases}$$

Вывод системы уравнений из условий Каруша–Куна–Таккера

1. Условия ККТ для ϕ_{wt} (для θ_{td} всё аналогично):

$$\sum_d n_{dw} \frac{\theta_{td}}{p(w|d)} + \frac{\partial R}{\partial \phi_{wt}} = \lambda_t - \mu_{wt}; \quad \mu_{wt} \geqslant 0; \quad \mu_{wt}\phi_{wt} = 0.$$

2. Умножим обе части равенства на ϕ_{wt} и выделим p_{tdw}:

$$\phi_{wt}\lambda_t = \sum_d n_{dw} \frac{\phi_{wt}\theta_{td}}{p(w|d)} + \phi_{wt}\frac{\partial R}{\partial \phi_{wt}} = n_{wt} + \phi_{wt}\frac{\partial R}{\partial \phi_{wt}}.$$

3. Если $\lambda_t \leqslant 0$, то тема t вырождена, $\phi_{wt} \equiv 0$ для всех w.
4. Если $\lambda_t > 0$, то либо $\phi_{wt} = 0$, либо $n_{wt} + \phi_{wt}\frac{\partial R}{\partial \phi_{wt}} > 0$:

$$\phi_{wt}\lambda_t = \left(n_{wt} + \phi_{wt}\frac{\partial R}{\partial \phi_{wt}}\right)_+.$$

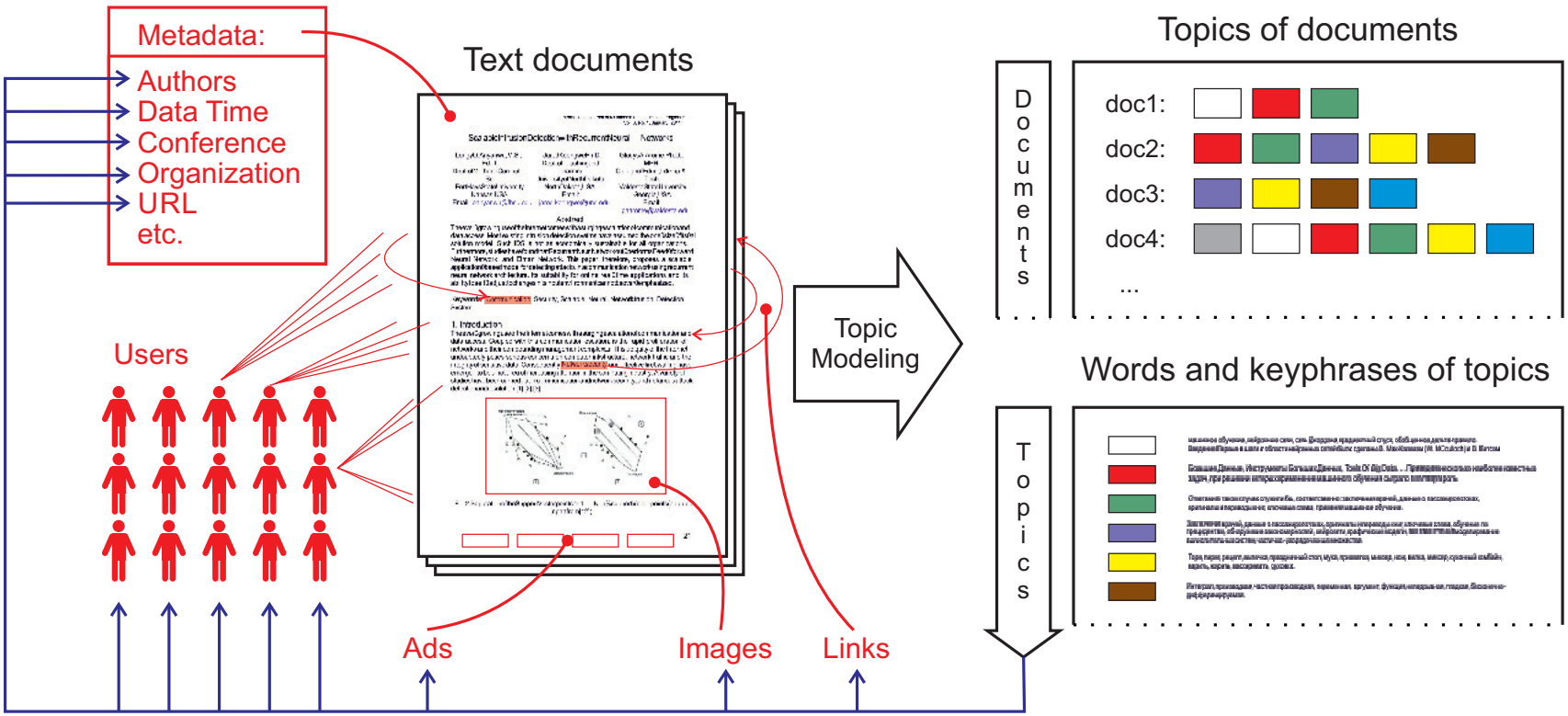
5. Суммируем обе части равенства по $w \in W$:

$$\lambda_t = \sum_{w \in W} \left(n_{wt} + \phi_{wt}\frac{\partial R}{\partial \phi_{wt}}\right)_+.$$

6. Подставим λ_t из (5) в (4), получим требуемое. ■

Задачи мультимодального тематического моделирования

Темы определяют распределения не только терминов $p(w|t)$, но и других *модальностей*: $p(\text{автор}|t)$, $p(\text{время}|t)$, $p(\text{ссылка}|t)$, $p(\text{баннер}|t)$, $p(\text{элемент\_изображения}|t)$, $p(\text{пользователь}|\text{t}), \ldots$



Мультимодальная ARTM

W^m — словарь токенов m-й модальности, $m \in M$

Максимизация суммы log правдоподобий с регуляризацией:

$$\sum_{m \in M} \tau_m \sum_{d \in D} \sum_{w \in W^m} n_{dw} \ln \sum_{t \in T} \phi_{wt} \theta_{td} + R(\Phi, \Theta) \to \max_{\Phi, \Theta}$$

EM-алгоритм: метод простой итерации для системы уравнений

$$\text{E-шаг:} \quad p_{tdw} = \underset{t \in T}{\text{norm}}\left(\phi_{wt} \theta_{td}\right)$$

$$\text{M-шаг:} \quad \begin{cases} \phi_{wt} = \underset{w \in W^m}{\text{norm}}\left(\sum_{d \in D} \tau_{m(w)} n_{dw} p_{tdw} + \phi_{wt} \frac{\partial R}{\partial \phi_{wt}}\right) \\ \theta_{td} = \underset{t \in T}{\text{norm}}\left(\sum_{w \in d} \tau_{m(w)} n_{dw} p_{tdw} + \theta_{td} \frac{\partial R}{\partial \theta_{td}}\right) \end{cases}$$

K.Vorontsov, O.Frei, M.Apishev et al. Non-bayesian additive regularization for multimodal topic modeling of large collections. CIKM TM workshop, 2015.

Напоминание. Дивергенция Кульбака–Лейблера

Функция расстояния между распределениями $P = (p_i)_{i=1}^n$ и $Q = (q_i)_{i=1}^n$:

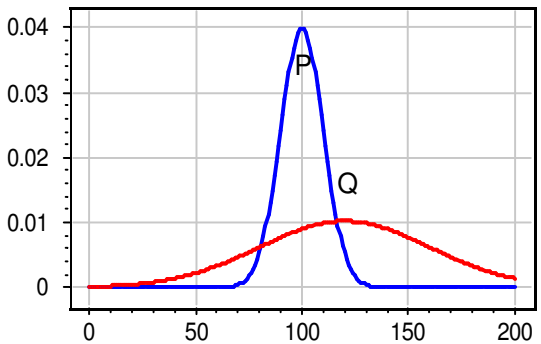
$$\mathrm{KL}(P\|Q) \equiv \mathrm{KL}_i(p_i\|q_i) = \sum_{i=1}^n p_i \ln \frac{p_i}{q_i}.$$

1. $\mathrm{KL}(P\|Q) \geqslant 0$; $\quad \mathrm{KL}(P\|Q) = 0 \;\Leftrightarrow\; P = Q$;

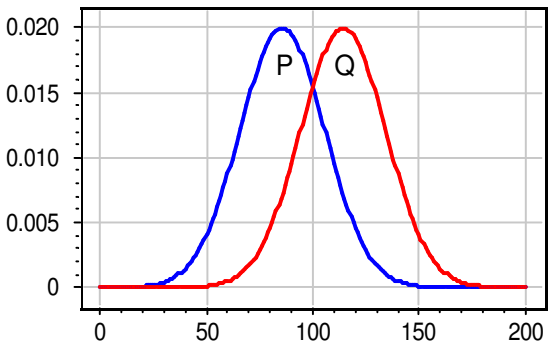
2. Минимизация KL эквивалентна максимизации правдоподобия:

$$\mathrm{KL}(P\|Q(\alpha)) = \sum_{i=1}^n p_i \ln \frac{p_i}{q_i(\alpha)} \to \min_\alpha \quad \Longleftrightarrow \quad \sum_{i=1}^n p_i \ln q_i(\alpha) \to \max_\alpha.$$

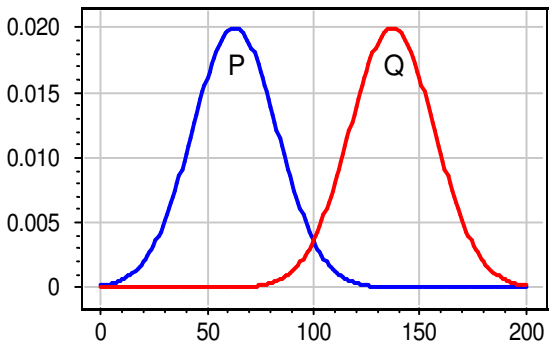
3. Если $\mathrm{KL}(P\|Q) < \mathrm{KL}(Q\|P)$, то P сильнее вложено в Q, чем Q в P:



$\mathrm{KL}(P\|Q) = 0.442$
$\mathrm{KL}(Q\|P) = 2.966$

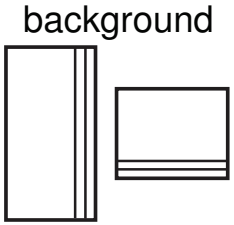


$\mathrm{KL}(P\|Q) = 0.444$
$\mathrm{KL}(Q\|P) = 0.444$



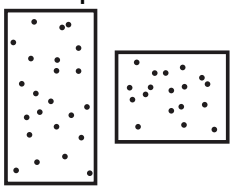
$\mathrm{KL}(P\|Q) = 2.969$
$\mathrm{KL}(Q\|P) = 2.969$

Регуляризаторы для улучшения интерпретируемости тем



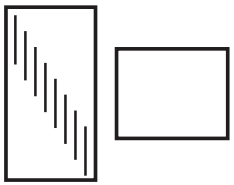
Сглаживание фоновых тем $B \subset T$:

$$R(\Phi, \Theta) = \beta_0 \sum_{t \in B} \sum_w \beta_w \ln \phi_{wt} + \alpha_0 \sum_d \sum_{t \in B} \alpha_t \ln \theta_{td}$$



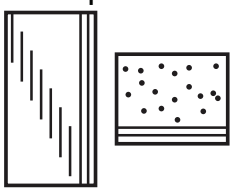
Разреживание предметных тем $S = T \setminus B$:

$$R(\Phi, \Theta) = -\beta_0 \sum_{t \in S} \sum_w \beta_w \ln \phi_{wt} - \alpha_0 \sum_d \sum_{t \in S} \alpha_t \ln \theta_{td}$$



Декоррелирование для повышения различности тем:

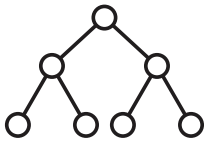
$$R(\Phi) = -\frac{\tau}{2} \sum_{t,s} \sum_w \phi_{wt} \phi_{ws}$$



Сглаживание + разреживание + декоррелирование для улучшения интерпретируемости тем

Иерархические, темпоральные, регрессионные модели

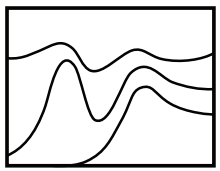
hierarchy



Связь родительских тем t с дочерними подтемами s:

$$R(\Phi,\Psi) = \tau \sum_{t\in T} \sum_{w\in W} n_{wt} \ln \sum_{s\in S} \phi_{ws}\psi_{st}.$$

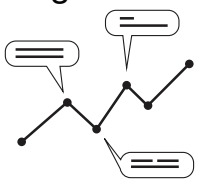
temporal



Темпоральные модели с модальностью времени i:

$$R(\Phi) = -\tau \sum_{i\in I} \sum_{t\in T} \left|\phi_{it} - \phi_{i-1,t}\right|.$$

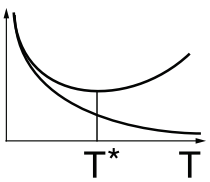
regression



Линейная модель регрессии $\hat{y}_d = \langle v, \theta_d \rangle$ документов:

$$R(\Theta, v) = -\tau \sum_{d\in D} \left(y_d - \sum_{t\in T} v_t \theta_{td}\right)^2.$$

n of topics

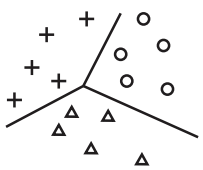


Разреживание $p(t)$ для отбора тем:

$$R(\Theta) = -\tau \sum_{t\in T} \frac{1}{|T|} \ln p(t), \quad p(t) = \sum_{d\in D} p(d)\theta_{td}.$$

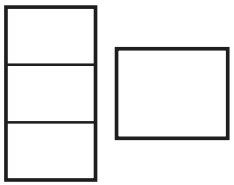
Специальные случаи мультимодальных тематических моделей

supervised



Модальности меток классов или категорий для задач классификации и категоризации текстов.

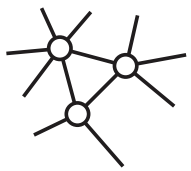
multilanguage



Модальность языков и регуляризация со словарём $\pi_{uwt} = p(u|w,t)$ переводов с языка k на ℓ:

$$R(\Phi,\Pi) = \tau \sum_{u \in W^k} \sum_{t \in T} n_{ut} \ln \sum_{w \in W^\ell} \pi_{uwt} \phi_{wt}$$

graph



Модальность вершин графа v, содержащих D_v:

$$R(\Phi) = -\frac{\tau}{2} \sum_{(u,v) \in E} S_{uv} \sum_{t \in T} n_t^2 \left(\frac{\phi_{vt}}{|D_v|} - \frac{\phi_{ut}}{|D_u|} \right)^2.$$

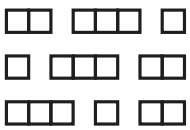
geospatial

Модальность геолокаций g с близостью $S_{gg'}$:

$$R(\Phi) = -\frac{\tau}{2} \sum_{g,g' \in G} S_{gg'} \sum_{t \in T} n_t^2 \left(\frac{\phi_{gt}}{n_g} - \frac{\phi_{g't}}{n_{g'}} \right)^2$$

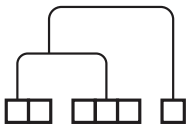
Тематические модели связного текста (beyond bag-of-words)

n-gram



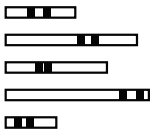
Модели с модальностями *n*-грамм, коллокаций, именованных сущностей

syntax



Модели, учитывающие результаты автоматического синтаксического разбора (SyntaxNet)

coherence

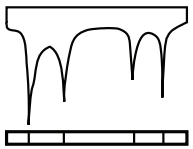


Модели дистрибутивной семантики на основе совстречаемости слов (битермы, когерентность)

sentence

Тематические модели, учитывающие границы предложений, абзацев и секций документов

segmentation



Тематические модели сегментации с автоматическим определением границ сегментов

BigARTM: библиотека тематического моделирования

Ключевые возможности:

- Онлайновый параллельный мультимодальный ARTM
- Большие данные: коллекция не хранится в памяти
- Встроенная библиотека регуляризаторов и мер качества

Сообщество:

- Открытый код https://github.com/bigartm
  (discussion group, issue tracker, pull requests)
- Документация http://bigartm.org

Лицензия и среда разработки:

- Свободная коммерческая лицензия (BSD 3-Clause)
- Кросс-платформенность: Windows, Linux, MacOS (32/64 bit)
- Интерфейсы API: command-line, C++, and Python

BigARTM упрощает разработку тематических моделей

Для построения сложных моделей в BigARTM не нужны ни математические выкладки, ни программирование «с нуля».

Этапы моделирования	Bayesian TM	ARTM	
	Анализ требований	Анализ требований	
Формализация:	Вероятностная порождающая модель данных	Стандартные критерии	Свои критерии
Алгоритмизация:	Байесовский вывод для данной порождающей модели (VI, GS, EP)	Общий регуляризованный EM-алгоритм для любых моделей	
Реализация:	Исследовательский код (Matlab, Python, R)	Промышленный код BigARTM (C++, Python API)	
Оценивание:	Исследовательские метрики, исследовательский код	Стандартные метрики	Свои метрики
	Внедрение	Внедрение	

-- нестандартизуемые этапы, уникальная разработка для каждой задачи

-- стандартизуемые этапы

Биграммы радикально улучшают интерпретируемость тем

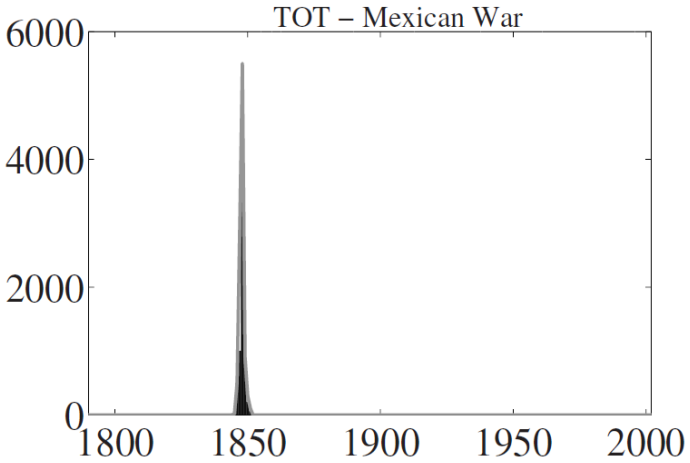
Коллекция 20Conf заголовков научных статей DBLP, тема «Information Retrieval»

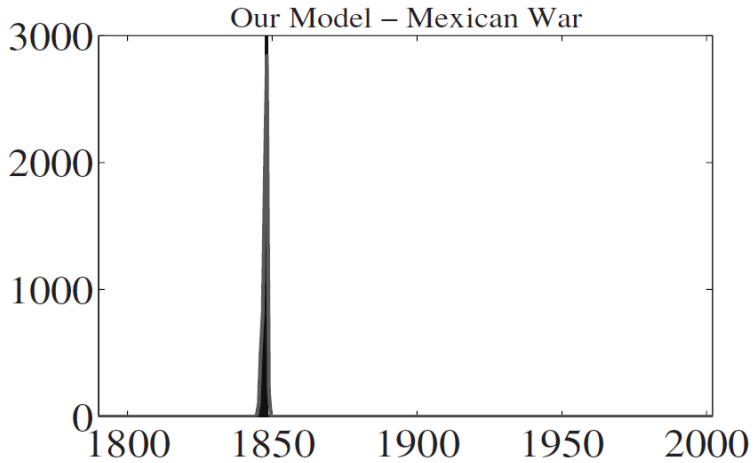
Terms	*Phrases*
search	information retrieval
web	social networks
retrieval	web search
information	search engine
based	support vector machine
model	information extraction
document	web page
query	question answering
text	text classification
social	collaborative filtering
user	topic model

Ahmed El-Kishky, Yanglei Song, Chi Wang, Clare R. Voss, Jiawei Han. Scalable Topical Phrase Mining from Text Corpora. VLDB, 2015.

Совмещение динамической и n-граммной модели

По коллекции выступлений президентов США





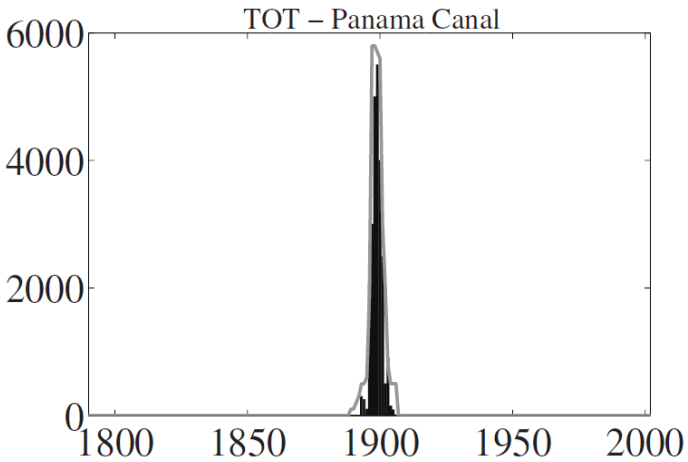
1. mexico	8. territory
2. texas	9. army
3. war	10. peace
4. mexican	11. act
5. united	12. policy
6. country	13. foreign
7. government	14. citizens

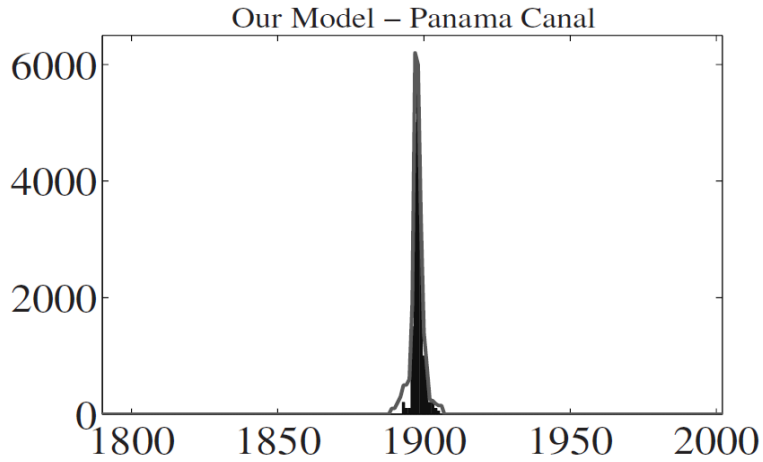
1. east bank	8. military
2. american coins	9. general herrera
3. mexican flag	10. foreign coin
4. separate independent	11. military usurper
5. american commonwealth	12. mexican treasury
6. mexican population	13. invaded texas
7. texan troops	14. veteran troops

Shoaib Jameel, Wai Lam. An *N*-Gram Topic Model for Time-Stamped Documents. ECIR 2013.

Совмещение динамической и n-граммной модели

По коллекции выступлений президентов США





1. government	8. spanish
2. cuba	9. island
3. islands	10. act
4. international	11. commission
5. powers	12. officers
6. gold	13. spain
7. action	14. rico

1. panama canal	8. united states senate
2. isthmian canal	9. french canal company
3. isthmus panama	10. caribbean sea
4. republic panama	11. panama canal bonds
5. united states government	12. panama
6. united states	13. american control
7. state panama	14. canal

Shoaib Jameel, Wai Lam. An *N*-Gram Topic Model for Time-Stamped Documents. ECIR 2013.

Биграммы радикально улучшают интерпретируемость тем

Коллекция 1000 статей конференций ММРО, ИОИ на русском

распознавание образов в биоинформатике		теория вычислительной сложности	
unigrams	bigrams	unigrams	bigrams
объект	задача распознавания	задача	разделять множества
задача	множество мотивов	множество	конечное множество
множество	система масок	подмножество	условие задачи
мотив	вторичная структура	условие	задача о покрытии
разрешимость	структура белка	класс	покрытие множества
выборка	распознавание вторичной	решение	сильный смысл
маска	состояние объекта	конечный	разделяющий комитет
распознавание	обучающая выборка	число	минимальный аффинный
информативность	оценка информативности	аффинный	аффинный комитет
состояние	множество объектов	случай	аффинный разделяющий
закономерность	разрешимость задачи	покрытие	общее положение
система	критерий разрешимости	общий	множество точек
структура	информативность мотива	пространство	случай задачи
значение	первичная структура	схема	общий случай
регулярность	тупиковое множество	комитет	задача MASC

Сергей Стенин. Мультиграммные аддитивно регуляризованные тематические модели. Магистерская диссертация, МФТИ, 2015.

Задача автоматического выделения терминов

Термин — фраза (*n*-грамма) со следующим набором свойств:

1. *высокая частотность* (frequency):
   много раз встречается в коллекции;
2. *совстречаемость слов* (collocation):
   состоит из слов, неслучайно часто встречающихся вместе;
3. *полнота* (completeness):
   является максимальной по включению цепочкой слов;
4. *синтаксическая связность* (syntactic connectedness):
   является грамматически корректным словосочетанием;
5. *тематичность* (topicality):
   часто встречается в небольшом числе тем.

Сумма технологий для ATE (Authomatic Term Extraction):
TopMine 1 2 3 + SyntaxNet 4 + BigARTM 5

Алгоритм TopMine: определения и основные идеи

- Хэш-таблица $C(a_1, \ldots, a_k)$ счётчиков частых k-грамм, инициализируется для всех униграмм a с частотой $n_a \geqslant \varepsilon_1$
- Свойство антимонотонности:

$$C(a_1, \ldots, a_k) \geqslant C(a_1, \ldots, a_k, a_{k+1}).$$

- $A_{d,k}$ — множество позиций i в документе d таких, что

$$C(w_{d,i}, \ldots, w_{d,i+k-1}) \geqslant \varepsilon_k,$$

инициализируется для всех частых униграмм.

- Основной шаг алгоритма: для всех $i = 1, \ldots, n_d$

если $(i \in A_{d,k})$ **и** $(i+1 \in A_{d,k})$ **то** $++C(w_{d,i}, \ldots, w_{d,i+k})$.

Ahmed El-Kishky, Yanglei Song, Chi Wang, Clare R. Voss, Jiawei Han. Scalable Topical Phrase Mining from Text Corpora. VLDB, 2015.

Алгоритм TopMine: быстрый поиск высокочастотных k-грамм

Вход: коллекция D, пороги ε_k;
Выход: хэш-таблица частот $C(a_1, \ldots, a_k)$, $k = 1, \ldots, k_{\max}$;

$A_{d,1} := \{1, \ldots, n_d\}$;
$C(w) := n_w$ для всех $w \in W$ таких, что $n_w \geqslant \varepsilon_1$;
для $k := 2, \ldots, k_{\max}$ **пока** $D \neq \varnothing$
  для всех $d \in D$
    $A_{d,k} := \left\{ i \in A_{d,k-1} \;\middle|\; C(w_{d,i}, \ldots, w_{d,i+k-2}) \geqslant \varepsilon_k \right\}$;
    если $A_{d,k} = \varnothing$ **то** $D := D \backslash \{d\}$;
    для всех $i \in A_{d,k}$
      если $i + 1 \in A_{d,k}$ **то** $++C(w_{d,i}, \ldots, w_{d,i+k-1})$;
  оставить только частые k-граммы: $C(a_1, \ldots, a_k) \geqslant \varepsilon_k$;

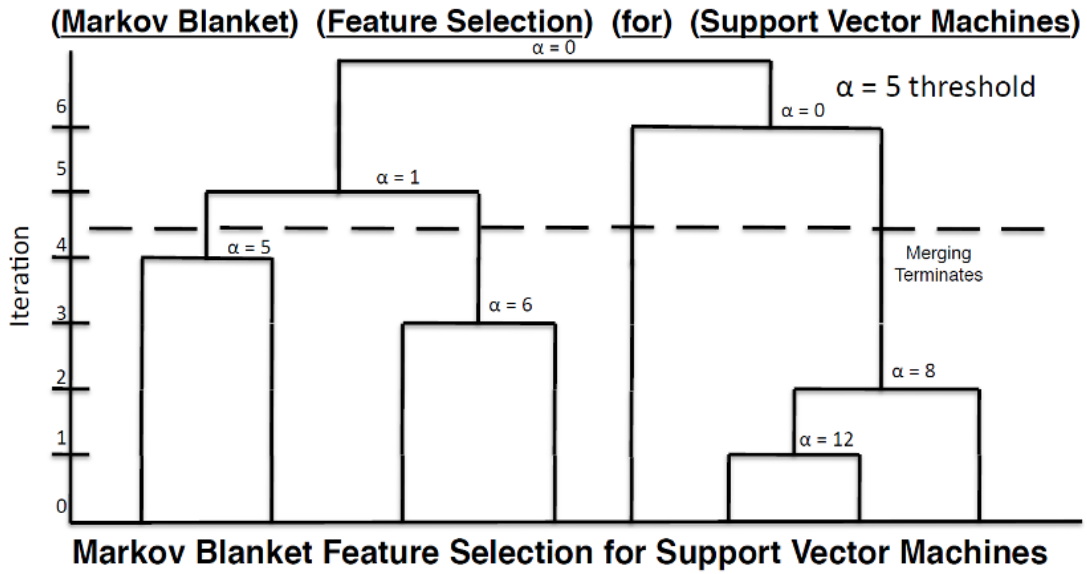
Преимущество алгоритма: линейная память и скорость.

Алгоритм TopMine: отбор фраз по совстречаемости и полноте

Итеративное слияние фраз с понижением значимости α.

p_u — оценка вероятности встретить фразу u
p_{uv} — оценка вероятности встретить фразу uv

Критерии: $\text{SignificanceScore} = \dfrac{p_{uv} - p_u p_v}{\sqrt{p_{uv}}}$ или $\text{PMI} = \log \dfrac{p_{uv}}{p_u p_v}$



Синтаксический анализатор Google SyntaxNet

SyntaxNet — предобученная нейросеть поверх TensorFlow, поддерживает 40 языков, включая русский.

Вход:

- список предложений

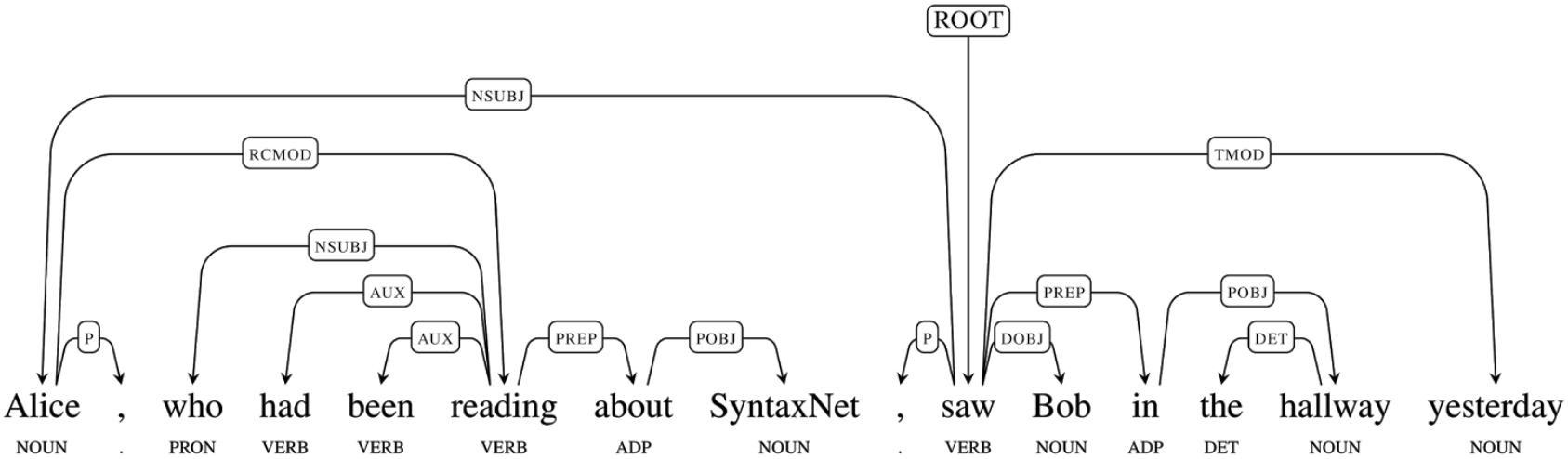
Выход, для каждого слова в каждом предложении:

- id (порядковый номер слова в предложении)
- id родительского слова (0 для корня)
- исходное слово
- нормальная форма
- часть речи: `NOUN`, `VERB`, `ADJ`, `ADV`, ...
- член предложения: `nsubj`, `dobj`, `conj`, `cc`, `nmod`, ...

D.Andor, C.Alberti, D.dWeiss, A.Severyn, A.Presta, K.Ganchev, S.Petrov, M.Collins. Globally Normalized Transition-Based Neural Networks. 2016.

Синтаксический анализатор Google SyntaxNet

Пример дерева зависимостей:



Варианты стратегий отбора терминов-кандидатов:

- брать все поддеревья
- брать все именные группы (корень — NOUN)
- не брать CONJ, SCONJ, DET, AUX, INTJ, PART, PUNCT, SYM

Announcing SyntaxNet: the world's most accurate parser goes open source.
https://research.googleblog.com/2016/05/announcing-syntaxnet-worlds-most.html.

Критерии тематичности фраз

Насколько далеко $p(t|w) = \phi_{wt}\frac{n_t}{n_w}$ от равномерного $p_0(t) = \frac{1}{|T|}$.

Дивергенция Кульбака-Лейблера:

$$\mathrm{KL}(w) = \mathrm{KL}(p_0\|p) = \sum_{t\in T} p_0 \ln \frac{p_0}{p(t|w)} \to \max$$

Дивергенция Йенсена-Шеннона (метрика, не имеет проблем с нулевыми вероятностями), где $\bar{p}(t|w) = \frac{1}{2}(p(t|w) + p_0)$:

$$\mathrm{JS}(w) = \frac{1}{2}\mathrm{KL}(p_0\|\bar{p}) + \frac{1}{2}\mathrm{KL}(p\|\bar{p}) \to \max$$

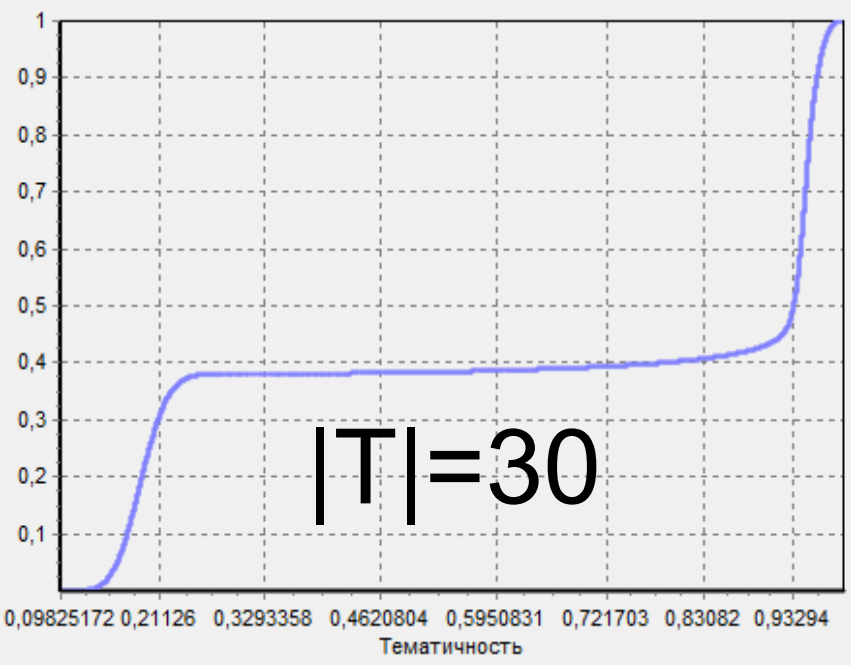
Нормированная сумма степенных функций, $\gamma > 1$:

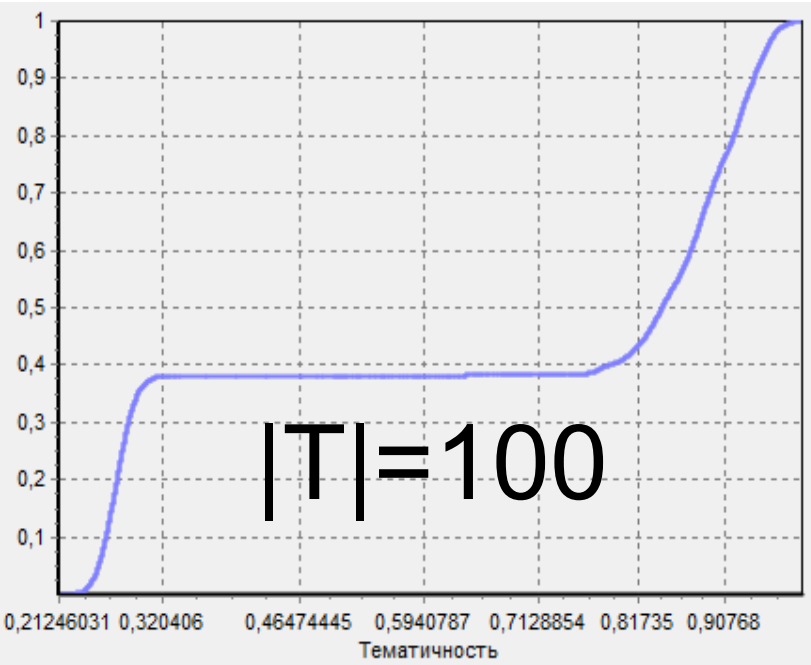
$$\text{Тематичность}(w) = |T|^{\gamma-1} \sum_{t\in T} p(t|w)^\gamma \to \max$$

Фразы чётко разделяются на тематичные и нетематичные

$|W| = 46\,000$ фраз из $|D| = 600$ документов коллекции SyntagRus, тематические модели LDA на 30 и 100 тем.

Распределение фраз по нормированной тематичности:





Пограничный слой между тематичными и нетематичными фразами очень узкий — около 200 слов из 46 000.

Число тем почти не влияет на тематичность

$|W| = 46\,000$ фраз из $|D| = 600$ документов коллекции SyntagRus

Число фраз, которые переходят из тематичной в нетематичную при изменении числа тем $T_{\text{в строке}} \to T_{\text{в столбце}}$

|T|	5	10	20	30	50
5	0	96	7	1	0
10	831	0	13	1	0
20	1119	390	0	10	0
30	1250	515	147	0	0
50	1320	585	208	71	0
100	1365	630	253	116	45

30 тем вполне достаточно для определения тематичности.

Открытая задача: оценить долю терминов среди тематичных и нетематичных фраз (ручная разметка + тезаурус).

Основной эксперимент ATE: SyntaxNet + TopMine + BigARTM

- Коллекция $|D| = 3200$ аннотаций статей NIPS (Neural Information Processing Systems), $n = 500\,000$ слов
- Ручная разметка небольшого *случайного* подмножества (2000 n-грамм) на термины / не-термины
- Train : Test = 1000 : 1000
- 7 статистических признаков из TopMine
- 2 синтаксических признака из SyntaxNet
- 3 тематических признака из BigARTM, 30 тем
- две модели классификации:
  логистическая регрессия, градиентный бустинг

Владимир Полушин. Тематические модели для ранжирования рекомендаций текстового контента. Бакалаврская диссертация, ВМК МГУ, 2017.

Сравнение методов автоматического отбора терминов

Найти *как можно больше терминов* — полнота важнее точности

Группа признаков			Линейная модель			Градиентный бустинг		
Синт	Стат	Тем	AUC	Точность	Полнота	AUC	Точность	Полнота
+			0.83	0.20	0.91	0.83	0.20	0.91
	+		0.71	0.09	0.94	0.73	0.11	0.90
		+	0.92	0.32	1.00	0.95	0.32	1.00
+	+		0.88	0.22	0.91	0.88	0.24	0.91
+		+	0.91	0.36	0.91	0.95	0.34	0.99
	+	+	0.93	0.29	0.94	0.98	0.34	1.00
+	+	+	**0.95**	**0.38**	**0.91**	**0.97**	**0.41**	**0.99**

Стат < Син < Син+Стат < Тем < Стат+Тем, Син+Тем < Стат+Син+Тем

- Тематические признаки существенно повышают качество
- Синтаксические признаки можно не использовать

Пост-обработка E-шага: обходим гипотезу мешка слов

- *Гипотеза «мешка слов»* — самое критикуемое предположение тематического моделирования
- Кажется, что оно заложено в самой конструкции разложения матрицы $p(w|d) = \frac{n_{dw}}{n_d}$
- Тем не менее, это ограничение можно обойти с помощью регуляризатора E-шага, учитывающего позиции слов
- *Лайфхак:* делать пост-обработку матрицы $p(t|d,w)$ как пучка временных рядов; остальное оставить как есть
- Уже описано в ARTM и реализовано в BigARTM!

N.Skachkov, K.Vorontsov. Improving topic models with segmental structure of texts. Dialogue, 2018.

Сегментная структура текста и пост-обработка E-шага

Документ $d = \{w_1, \ldots, w_{n_d}\}$, n_d — длина документа d

Матрица *тематики слов в документах* $p(t|d, w_i)$ размера $T \times n_d$:

Регуляризация E-шага

Трёхмерная матрица $\Pi = \left(p_{tdw} = p(t|d,w)\right)_{T\times D\times W}$

Максимизация log правдоподобия с регуляризаторами R и $\tilde{R}$:

$$\sum_{d\in D}\sum_{w\in d} n_{dw} \ln \sum_{t\in T} \phi_{wt}\theta_{td} + R(\Pi(\Phi,\Theta)) + \tilde{R}(\Phi,\Theta) \;\to\; \max_{\Phi,\Theta}.$$

EM-алгоритм: метод простой итерации для системы уравнений

$$\begin{cases} \text{E-шаг:} & p_{tdw} = \underset{t\in T}{\text{norm}}\left(\phi_{wt}\theta_{td}\right) \\ & \tilde{p}_{tdw} = p_{tdw}\left(1 + \frac{1}{n_{dw}}\left(\frac{\partial R(\Pi)}{\partial p_{tdw}} - \sum_{z\in T} p_{zdw}\frac{\partial R(\Pi)}{\partial p_{zdw}}\right)\right) \\ \text{M-шаг:} & \phi_{wt} = \underset{w\in W}{\text{norm}}\left(\sum_{d\in D} n_{dw}\tilde{p}_{tdw} + \phi_{wt}\frac{\partial \tilde{R}}{\partial \phi_{wt}}\right) \\ & \theta_{td} = \underset{t\in T}{\text{norm}}\left(\sum_{w\in d} n_{dw}\tilde{p}_{tdw} + \theta_{td}\frac{\partial \tilde{R}}{\partial \theta_{td}}\right) \end{cases}$$

Набросок доказательства: три леммы

Лемма 1. Для функции $p_{tdw}(\Phi,\Theta) = \frac{\phi_{wt}\theta_{td}}{\sum_z \phi_{wz}\theta_{zd}}$ и любого $z \in T$

$$\phi_{wt}\frac{\partial p_{zdw}}{\partial \phi_{wt}} = \theta_{td}\frac{\partial p_{zdw}}{\partial \theta_{td}} = p_{tdw}\big([z=t] - p_{zdw}\big).$$

Введём функцию от вспомогательных переменных Π:

$$Q_{tdw}(\Pi) = \frac{\partial R(\Pi)}{\partial p_{tdw}} - \sum_{z\in T} p_{zdw}\frac{\partial R(\Pi)}{\partial p_{zdw}}.$$

Лемма 2. Если $R(\Pi)$ не зависит от p_{tdw} при $w \notin d$, то

$$\phi_{wt}\frac{\partial R(\Pi)}{\partial \phi_{wt}} = \sum_{d\in D} p_{tdw}Q_{tdw}(\Pi); \qquad \theta_{td}\frac{\partial R(\Pi)}{\partial \theta_{td}} = \sum_{w\in d} p_{tdw}Q_{tdw}(\Pi).$$

Лемма 3. Формулы M-шага:

$$\phi_{wt} = \operatorname*{norm}_{w\in W}\Big(\sum_{d\in D} n_{dw}p_{tdw} + \sum_{d\in D} Q_{tdw}p_{tdw} + \phi_{wt}\frac{\partial \tilde{R}}{\partial \phi_{wt}}\Big);$$

$$\theta_{td} = \operatorname*{norm}_{t\in T}\Big(\sum_{w\in d} n_{dw}p_{tdw} + \sum_{w\in d} Q_{tdw}p_{tdw} + \theta_{td}\frac{\partial \tilde{R}}{\partial \theta_{td}}\Big).$$

Гипотеза: пост-обработка E-шага — это неявная регуляризация

Между E- и M-шагом добавляется обработка матрицы $p_{tdw} = p(t|d,w)$ тематики слов документа:

$$\tilde{p}_{tdw} = p_{tdw}\left(1 + \frac{1}{n_{dw}}\left(\frac{\partial R(\Pi)}{\partial p_{tdw}} - \sum_{z \in T} p_{zdw}\frac{\partial R(\Pi)}{\partial p_{zdw}}\right)\right) \qquad (1)$$

Пост-обработка E-шага позволяет учитывать порядок слов в каждом документе в обход гипотезы «мешка слов».

Гипотеза

Любое «разумное» преобразование $p_{tdw} \to \tilde{p}_{tdw}$ эквивалентно некоторому регуляризатору $R(\Pi(\Phi,\Theta))$.

Открытый вопрос: при каких условиях по заданным p_{tdw} и $\tilde{p}_{tdw}$ возможно подобрать функцию $R(\Pi)$ так, чтобы выполнялось уравнение пост-обработки (1)?

Пример 1. Кросс-энтропийное разреживание $p(t|d,w)$

Путь каждый термин относится к небольшому числу тем:

$$\mathrm{KL}\Big(\tfrac{1}{|T|} \,\Big\|\, p(t|d,w)\Big) \to \max.$$

Суммируем по всем терминам всех документов:

$$R(\Pi) = -\frac{\tau}{|T|}\sum_{d\in D}\sum_{w\in d} n_{dw}\sum_{t\in T}\ln p_{tdw} \to \max.$$

Формула регуляризованного E-шага:

$$\tilde{p}_{tdw} = p_{tdw} - \tau\Big(\frac{1}{|T|} - p_{tdw}\Big).$$

Интерпретация: Если $p_{tdw} < \frac{1}{|T|}$, то p_{tdw} станет ещё меньше. Тематика термина концентрируется в небольшом числе тем.

Недостаток: Тематика соседних слов разреживается независимо.

Пример 2. Тематическая модель сегментированного текста

S_d — множество микро-сегментов документа d

n_{sw} — число вхождений слова w в сегмент s длины n_s

Тематика сегмента $s \in S_d$ — средняя тематика его слов:

$$p_{tds} \equiv p(t|d,s) = \frac{1}{n_s} \sum_{w \in s} n_{sw} p_{tdw}.$$

Кросс-энтропийный регуляризатор разреживания $p(t|d,s)$:

$$R(\Pi) = -\sum_{d \in D} \sum_{s \in S_d} \sum_{t \in T} \ln \sum_{w \in s} n_{sw} p_{tdw} \to \max.$$

Формула регуляризованного E-шага:

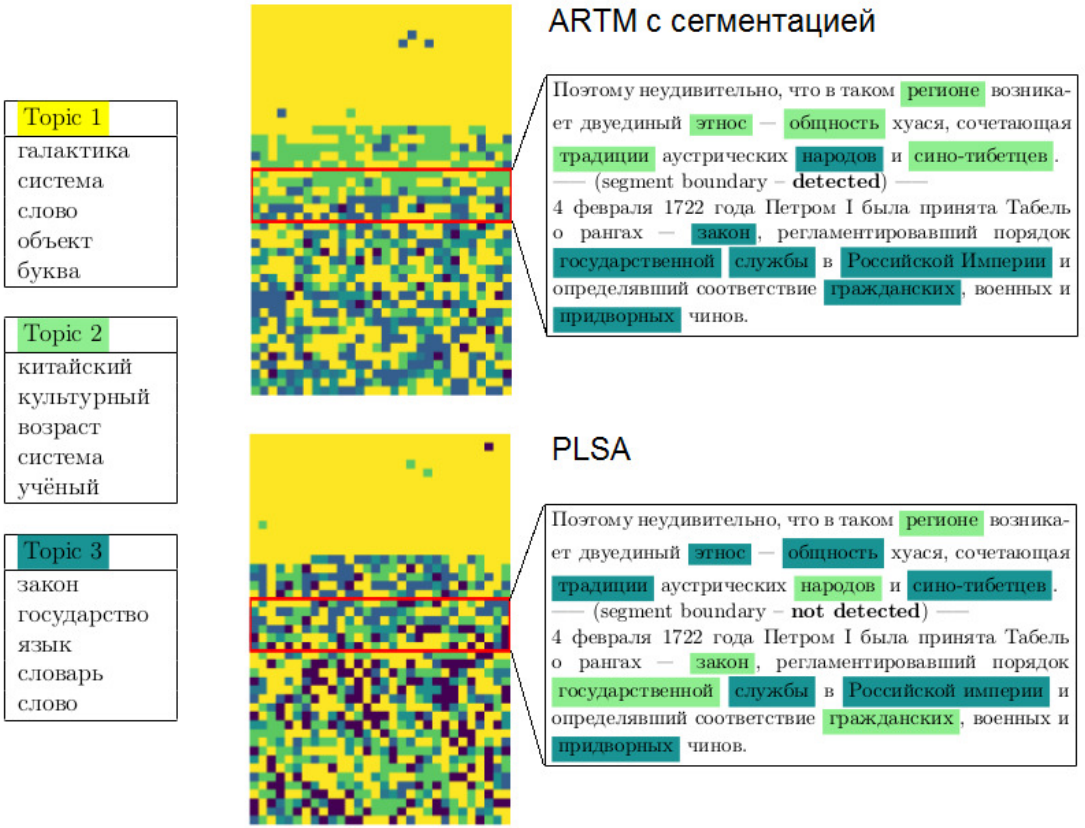
$$\tilde{p}_{tdw} = p_{tdw} \left(1 - \frac{\tau}{n_{dw}} \sum_{s \in S_d} \frac{n_{sw}}{n_s} \left(\frac{1}{p_{tds}} - \sum_{z \in T} \frac{p_{zdw}}{p_{zds}}\right)\right).$$

Интерпретация: если $p_{tds} < \frac{1}{|T|}$, то p_{tdw} уменьшатся $\forall\, w \in s$.

Тематика сегмента концентрируется в небольшом числе тем.

Пример. Регуляризатор E-шага для сегментации текста

Полусинтетическая коллекция из фрагментов postnauka.ru



N.Skachkov, K.Vorontsov. Improving topic models with segmental structure of texts. Dialogue, 2018.

Проблема коротких текстов

Короткие тексты (short text):

- Twitter и другие микроблоги
- социальные медиа
- заголовки статей и новостных сообщений

Тривиальные подходы:

- считать каждое сообщение отдельным документом
- разреживать $p(t|d)$ вплоть до единственной темы
- объединить сообщения по автору/времени/региону/и т. п.
- объединить посты с комментариями
- дополнить коллекцию длинными текстами (Википедия и др.)

Более интересная идея:

- использовать совстречаемость слов в сообщениях

Дистрибутивная гипотеза и виды семантической близости слов

- Words that occur in the same contexts tend to have similar meanings [Harris, 1954].
- You shall know a word by the company it keeps [Firth, 1957].

Синтагматическая близость слов:
со-встречаемость слов в одном контексте.

здание–строитель, кран–вода, функция–точка

Парадигматическая близость слов:
взаимозаменяемость слов в одном контексте.

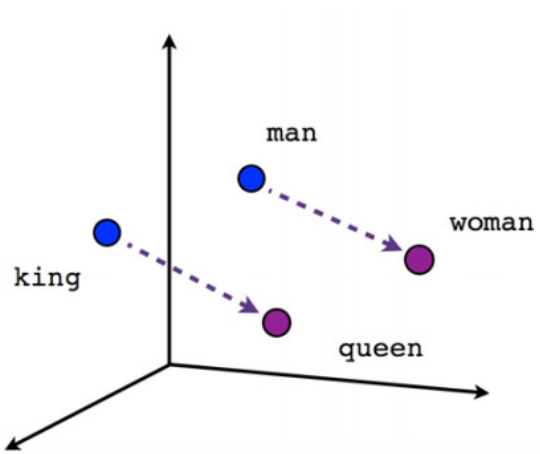
здание–дом, кран–смеситель, функция–отображение

Z.Harris. Distributional structure. 1954.
J.R.Firth. A synopsis of linguistic theory 1930-1955. Oxford, 1957.
P.D.Turney, P.Pantel. From frequency to meaning: Vector space models of semantics. Journal of Artificial Intelligence Research (JAIR), 2010.

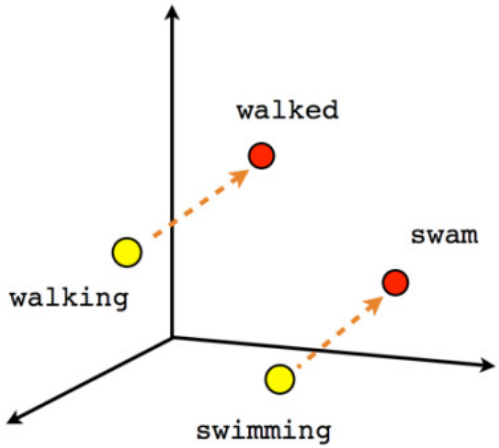
Задача семантического векторного представления слов

Задача: по наблюдаемой синтагматической близости слов построить *векторные представления слов* (word embedding) $x_w \in \mathbb{R}^T$, $w \in W$, так, чтобы парадигматически близкие слова имели близкие векторы.

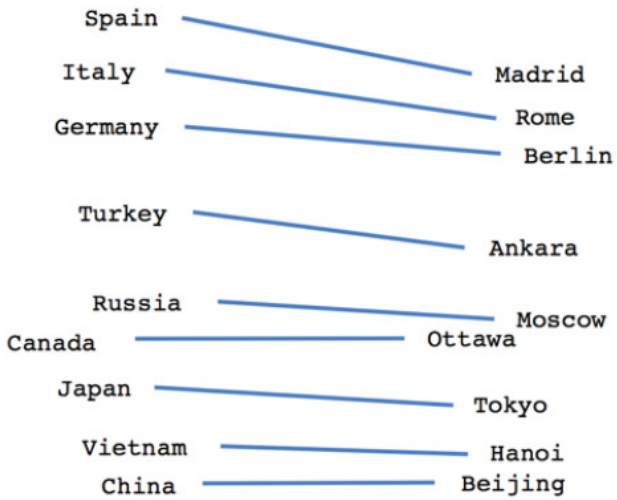
Способ проверки — задача семантической аналогии слов: по трём словам угадать четвёртое.



Male-Female



Verb tense



Country-Capital

Формализация дистрибутивной гипотезы в программе word2vec

Дано: n_{uw} — совстречаемость слов u, w в окне $\pm h$ слов
Найти: векторные представления слов x_w и контекстов y_u
Модель: вероятность слова w в контексте слова u:

$$p(w|u) = \underset{w \in W}{\text{SoftMax}} \langle x_w, y_u \rangle = \underset{w \in W}{\text{norm}} \big(\exp \langle x_w, y_u \rangle \big)$$

Критерий максимума log-правдоподобия:

$$\sum_{w,u \in W} n_{wu} \ln p(w|u) \;\to\; \max_{\{x_w, y_u\}}$$

и его аппроксимация SGNS (Skip-Gram Negative Sampling):

$$\sum_{w,u \in W} n_{wu} \Big(\ln \sigma \langle x_w, y_u \rangle + \sum_{v \in V_k(u)} \ln \sigma \big(- \langle x_v, y_u \rangle \big) \Big) \;\to\; \max_{\{x_w, y_u\}}$$

где $V_k(u) \subset W$ — случайные k слов не из контекста u.

T.Mikolov, K.Chen, G.Corrado, J.Dean. Efficient estimation of word representations in vector space, 2013.

Связь word2vec с матричными разложениями

T — размерность векторов слов x_w и контекстов y_u
$X = (x_w)_{W \times T}$ — матрица векторов слов
$Y = (y_u)_{W \times T}$ — матрица векторов контекстов

SGNS строит матричное разложение $P \approx XY^{\mathrm{T}}$ матрицы Shifted PMI (Point-wise Mutual Information):

$$P_{wu} = \ln \frac{n_{wu} n}{n_w n_u} - \ln k,$$

n_{wu} — счётчик совстречаемости пары слов (w, u),
n_w, n_u — число пар с участием слова w и u соответственно,
n — число совстречающихся пар слов в коллекции.

В качестве эвристики используют также Shifted Positive PMI:

$$P^+_{wu} = \left(\ln \frac{n_{wu} n}{n_w n_u} - \ln k \right)_+ .$$

O.Levy, Y.Goldberg. Neural word embedding as implicit matrix factorization, 2014.

Преимущества и недостатки SGNS

- ⊕ Удивительно высокое качество на задачах семантической аналогии и близости слов.
- ⊕ Возможность нейросетевой реализации методом SG.
- ⊕ Имеется готовая реализация word2vec от Google
- ⊕ Имеются готовые векторы слов, предобученные по большим текстовым коллекциям на разных языках
- ⊖ Неинтерпретируемые компоненты векторов
- ⊖ Не ясно, почему XY^{T}, а не XX^{T} (обычно Y игнорируют)

Тематические модели Biterm TM и WordNetwork TM обучаются по совстречаемостям, аналогично word2vec.

Модели векторных представлений для текстов и графов

word2vec: эмбединги слов

T.Mikolov et al. Efficient estimation of word representations in vector space. 2013.

paragraph2vec: эмбединги фрагментов или документов

Q.Le, T.Mikolov. Distributed representations of sentences and documents. 2014.

sent2vec: эмбединги предложений

M.Pagliardini et al. Unsupervised learning of sentence embeddings using compositional n-gram features. 2017.

FastText: эмбединги символьных n-грамм

`https://github.com/facebookresearch/fastText`

node2vec: эмбединги вершин графа

A.Grover, J.Leskovec. Node2vec: scalable feature learning for networks. 2016.

graph2vec: более общие эмбединги на графах

A.Narayanan et al. Graph2vec: learning distributed representations of graphs. 2017.

StarSpace: эмбединги чего угодно от Facebook AI Research

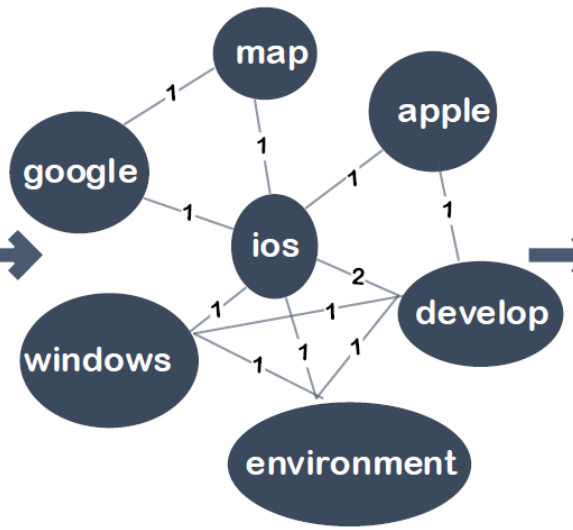
L.Wu, A.Fisch, S.Chopra, K.Adams, A.B.J.Weston. StarSpace: embed all the things! 2018.

Недостаток: координаты векторов не интерпретируемы

Модель сети слов WNTM для коротких текстов

Идея: моделировать не документы, а связи между словами.
d_u — псевдо-документ, объединение всех контекстов слова u.
n_{uw} — число вхождений слова w в псевдо-документ d_u.
Контекст — короткое сообщение / предложение / окно $\pm h$ слов.

doc1	Google Map for iOS
doc2	iOS is developed by Apple
doc3	iOS develop environment for Windows



word	pseudo-document
map	google ios
google	map ios
apple	develop ios
ios	google map apple windows environment develop develop
windows	environment ios develop
develop	apple ios ios windows environment
environment	ios windows develop

Yuan Zuo, Jichang Zhao, Ke Xu. Word Network Topic Model: a simple but general solution for short and imbalanced texts. 2014.

Модели WNTM и WTM (Word Topic Model)

Тематическая модель контекстов, разложение $W \times W$-матрицы:

$$p(w|d_u) = \sum_{t \in T} p(w|t)p(t|d_u) = \sum_{t \in T} \phi_{wt}\theta_{tu},$$

где d_u — псевдо-документ слова u.

Максимизация логарифма правдоподобия:

$$\sum_{u,w \in W} n_{uw} \log \sum_{t \in T} \phi_{wt}\theta_{tu} \to \max_{\Phi,\Theta},$$

где n_{uw} — совстречаемость слов u, w (кстати, $n_{uw} = n_{wu}$).

Отличие модели битермов: $\Theta = \mathrm{diag}(\pi_1, \ldots, \pi_t)\Phi^{\mathsf{T}}$.

Yuan Zuo, Jichang Zhao, Ke Xu. Word Network Topic Model: a simple but general solution for short and imbalanced texts. 2014.

Berlin Chen. Word Topic Models for spoken document retrieval and transcription. ACM Trans., 2009.

word2vec и ARTM на задачах аналогии слов

Два подхода к синтезу векторных представлений слов:

- **ARTM**: интерпретируемые разреженные компоненты
- **word2vec**: интерпретируемые векторные операции

Операция	Результат ARTM	Результат word2vec
king – boy + girl	*queen*, princess, lord, prince	*queen*, princess, regnant, kings
moscow – russia + spain	*madrid*, barcelona, aires, buenos	*madrid*, barcelona, valladolid, malaga
india – russia + ruble	*rupee*, birbhum, pradesh, madhaya	*rupee*, rupiah, devalued, debased
cars – car + computer	*computers*, software, servers, implementations	*computers*, software, hardware, microcomputers

A.Potapenko, A.Popov, K.Vorontsov. Interpretable probabilistic embeddings: bridging the gap between topic models and neural networks. AINL-6, 2017.

word2vec и ARTM на задачах семантической близости слов

Дамп Википедии 2016-01-13, $|W| = 100$K, разреженность 93%.

Конкуренты: LDA, SVD-PPMI, SGNS (word2vec).
Варианты ARTM: offline, online, online-with-sparsing.

	WordSim similarity	WordSim relatedness	WordSim joint	Bruni et al. MEN	Radinsky m.turk
LDA	0.530	0.455	0.474	0.583	0.483
SVD-PPMI	0.711	0.648	0.672	0.236	0.616
SGNS	**0.752**	0.632	0.666	**0.745**	**0.661**
ARTM off	0.701	0.615	0.647	0.707	0.613
ARTM on	0.718	**0.673**	**0.685**	0.669	0.639
ARTM on-sp	0.728	0.672	0.680	0.675	0.635

A.Potapenko, A.Popov, K.Vorontsov. Interpretable probabilistic embeddings: bridging the gap between topic models and neural networks. AINL-6, 2017.

Сравнение word2vec и ARTM по интерпретируемости тем

SGNS (word2vec) — нет интерпретируемости:

- avg hearth soc protector decomposition whip stochastic sewer splinter accessory howie thief thermodynamic boltzmann equilibrium kingship unconscious
- rainy miocene snowy horner cfb triassic eleventh amadeus dams tenth mesozoic fourteenth thirteenth ninth diaries bight demographics seventh almanac eocene
- gnis usda bloomberg usgs regulator nhk gerd magnetism capacitor fed classifies capacitance stadt bipolar multilateral trpod kunst reciprocal smiths potassium

ARTM — есть интерпретируемость:

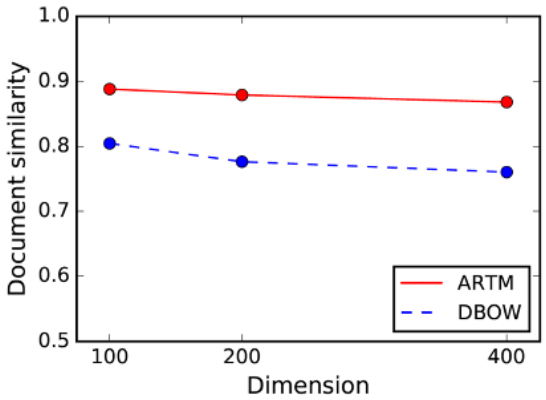
- scottish scotland edinburgh glasgow mps oxford educated cambridge college aberdeen dundee royal uk scots fellows fife corpus kingdom thistle eton angus
- game games video gameplay multiplayer puzzle mario nintendo player gaming pok playable mortal super kombat adventure rpg ds puzzles online smash zelda
- election party elected elections parliament assembly seats members minister legislative electoral liberal council representatives parliamentary democratic

---

A.Potapenko, A.Popov, K.Vorontsov. Interpretable probabilistic embeddings: bridging the gap between topic models and neural networks. AINL-6, 2017.

word2vec и ARTM в задаче семантической близости документов

ArXiv triplets dataset: 20K троек статей:
⟨статья A, схожая статья B, непохожая статья C⟩



- обучение по 1M текстов статей ArXiv
- тестирование на триплетах ArXiv
- Конкурент DBOW: paragraph2vec [Dai et. al, 2015]

ARTM превосходит модель DBOW (distributed bag-of-words).

Andrew Dai, Cristopher Olah, Quoc Le. Document Embedding with Paragraph Vectors, CoRR, 2015

A.Potapenko, A.Popov, K.Vorontsov. Interpretable probabilistic embeddings: bridging the gap between topic models and neural networks. AINL-6, 2017.

Регуляризатор для сокращения числа тем

Цель: избавиться от «мелких» незначимых тем.

Разреживаем распределение $p(t) = \sum_d p(d)\theta_{td}$, максимизируя кросс-энтропию между $p(t)$ и равномерным распределением:

$$R(\Theta) = -\tau \sum_{t \in T} \ln \sum_{d \in D} p(d)\theta_{td} \to \max.$$

Подставляем, получаем:

$$\theta_{td} = \underset{t \in T}{\text{norm}}\left(n_{td} - \tau \frac{n_d}{n_t}\theta_{td}\right), \text{ вариант: } \theta_{td} = \underset{t \in T}{\text{norm}}\left(n_{td}\left(1 - \frac{\tau}{n_t}\right)\right).$$

Эффект: обнуляются строки матрицы Θ с малыми n_t, заодно (неожиданно) удаляются зависимые и расщеплённые темы.

Vorontsov K. V., Potapenko A. A., Plavin A. V. Additive Regularization of Topic Models for Topic Selection and Sparse Factorization. SLDS 2015.

Эксперименты с регуляризатором отбора тем

Коллекция статей NIPS (Neural Information Processing System)

- $|D| = 1566$ обучающих документов; $|D'| = 174$ тестовых
- $|W| = 13\,\text{K}$ — мощность словаря

Синтетическая коллекция:

- строим PLSA за 500 итераций, $|T_0| = 50$ тем на NIPS
- генерируем коллекцию (n^0_{dw}) из полученных Φ и Θ:

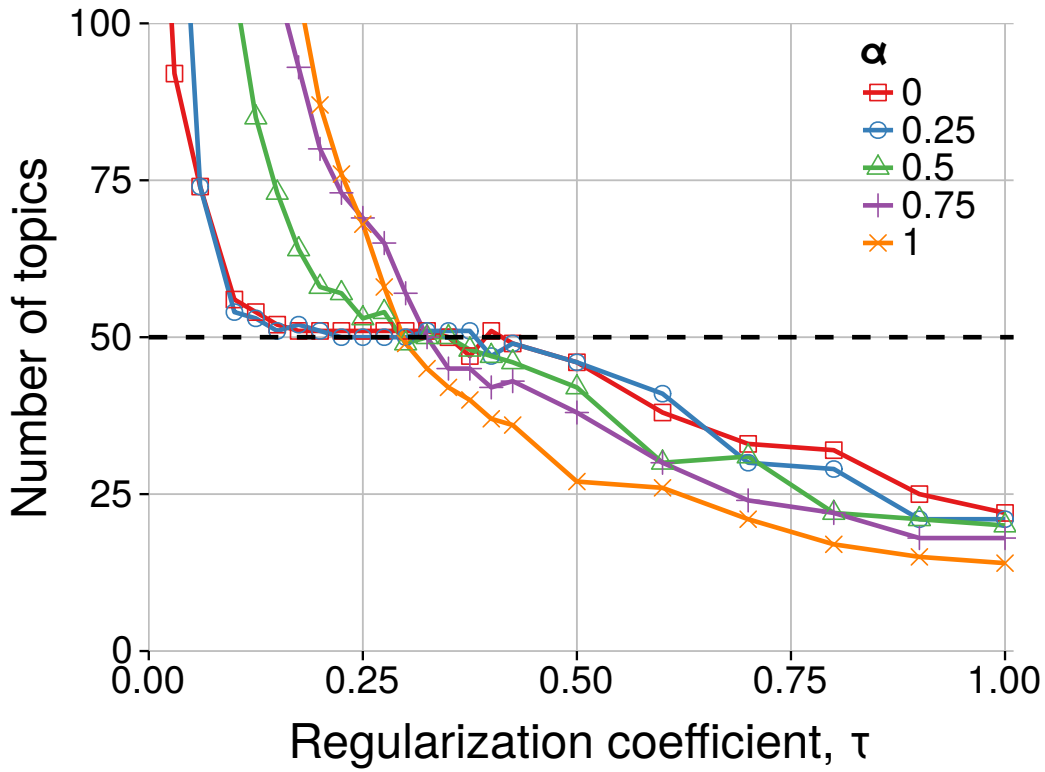
$$n^0_{dw} = n_d \sum_{t \in T_0} \phi_{wt}\theta_{td}$$

Параметрическое семейство полусинтетических данных:

- n^α_{dw} — смесь синтетических данных n^0_{dw} и реальных n_{dw}:

$$n^\alpha_{dw} = \alpha n_{dw} + (1-\alpha) n^0_{dw}$$

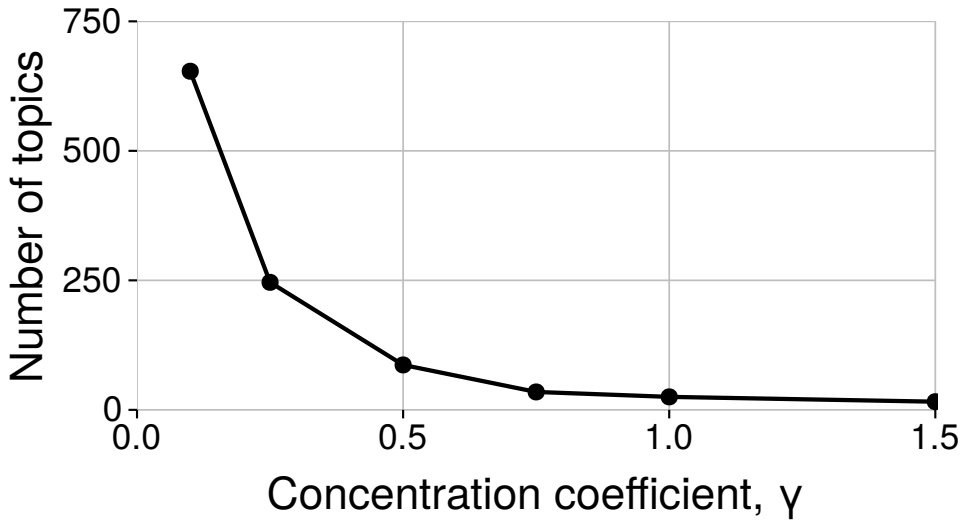
Попытка определения числа тем



- На синтетических данных надёжно находим $|T| = 50$,
- в широком интервале значений коэффициента τ;
- однако на реальных данных нет столь чёткого интервала.

Сравнение с байесовской тематической моделью HDP

HDP, Hierarchical Dirichlet Process [Tech et.al, 2006] — «state-of-the-art» байесовский подход к определению числа тем

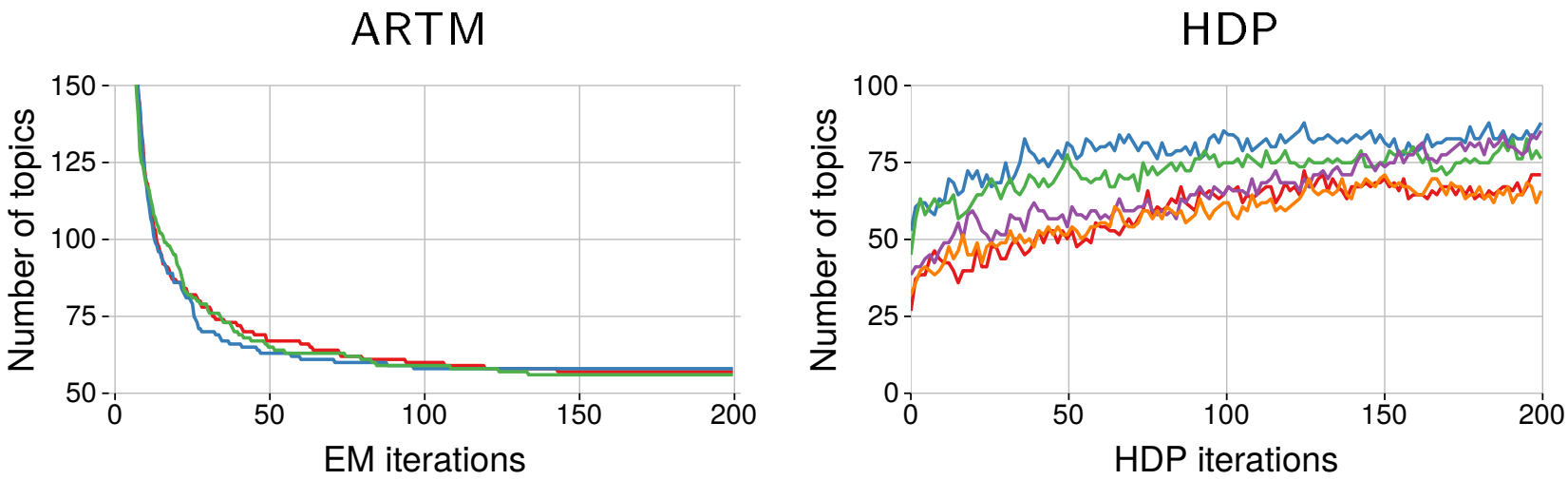


- *Коэффициент концентрации* γ в HDP влияет на $|T|$ так же сильно, как выбор коэффициента τ в ARTM.

Y.W.Teh, M.Jordan, M.Beal, D.Blei. Hierarchical Dirichlet Processes. 2005.

Сравнение ARTM и HDP по устойчивости

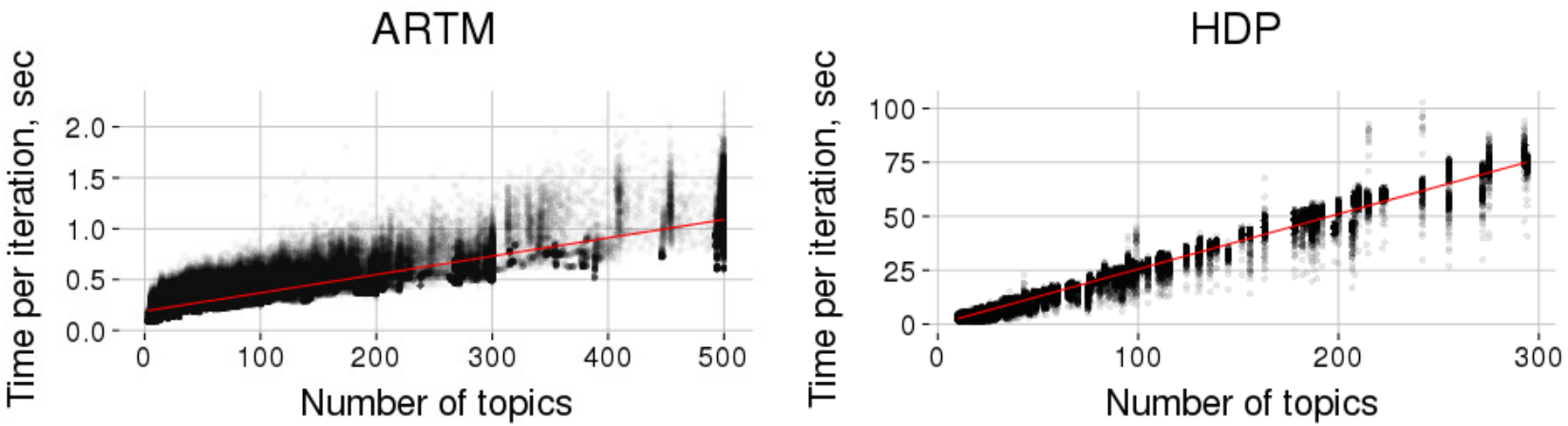
Запуск ARTM и HDP много раз из случайных инициализаций:



- HDP менее устойчив, причём в двух смыслах:
  - число тем сильнее флуктуирует от итерации к итерации;
  - результаты нескольких запусков различаются сильнее.
- «Рекомендуемые» значения параметров γ в HDP и τ в ARTM дают примерно равное число тем $|T| \approx 60$

Сравнение ARTM и HDP по времени вычислений

Сравнение времени одного прохода коллекции (sec)

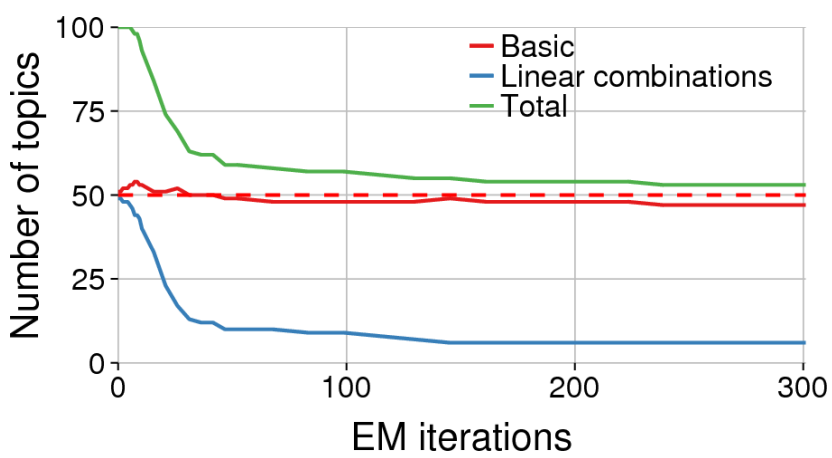


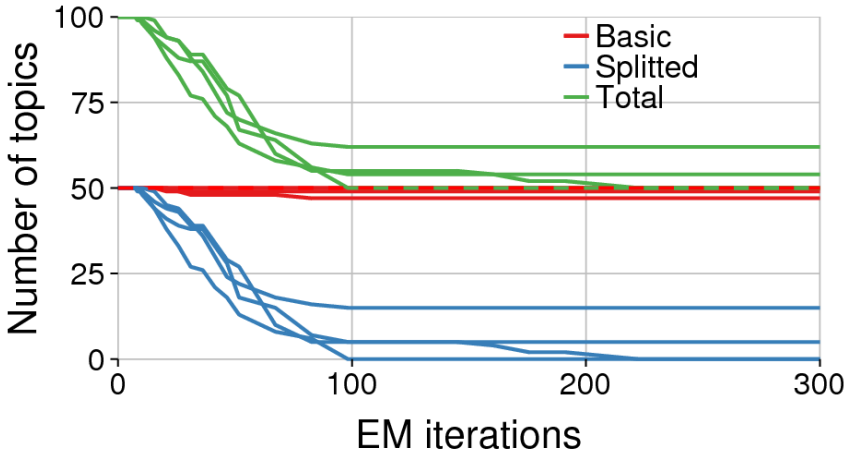
- ARTM в 100 раз быстрее!

Vorontsov K. V., Potapenko A. A., Plavin A. V. Additive regularization of topic models for topic selection and sparse factorization. SLDS 2015.

Удаление линейно зависимых и расщеплённых тем

Добавили 50 линейных комбинаций тем в модельную Φ.
Расщепили 50 тем, каждую на две подтемы в модельной Φ.





- Удаляются линейно зависимые и расщеплённые темы
- Остаются более различные темы исходной модели.

Vorontsov K. V., Potapenko A. A., Plavin A. V. Additive regularization of topic models for topic selection and sparse factorization. SLDS 2015.

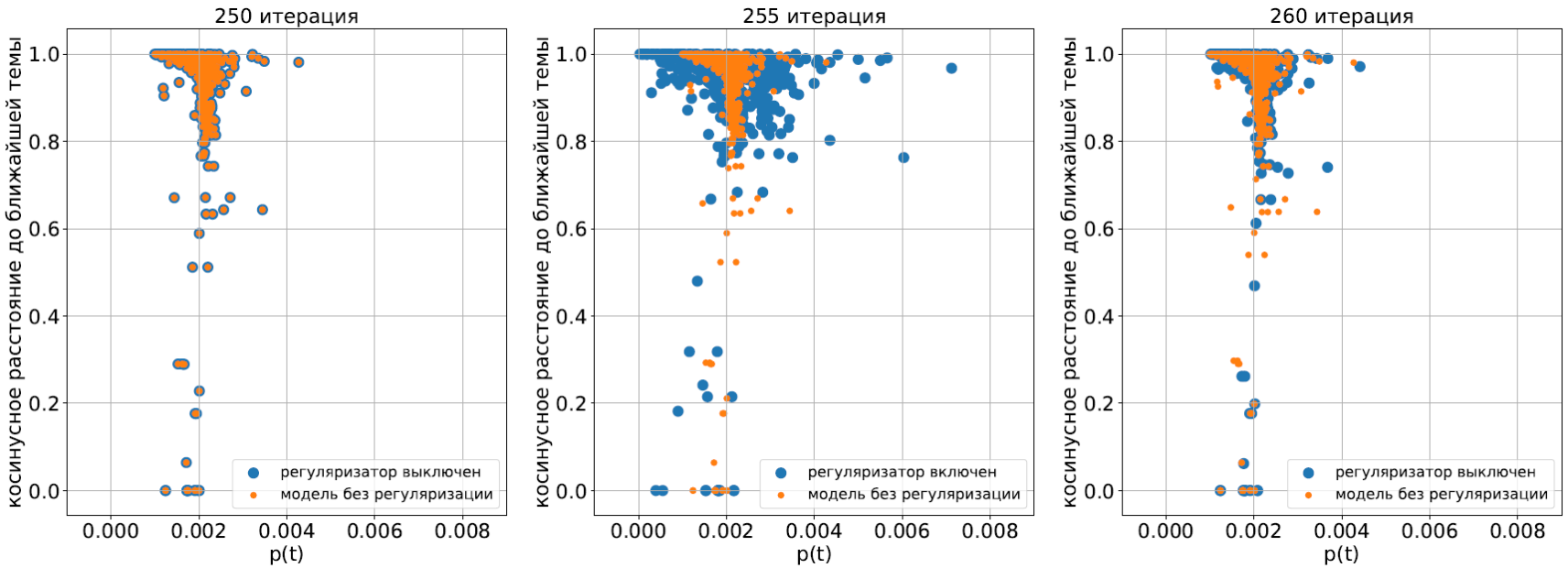
Выводы

- Регуляризатор отбора тем — для удаления незначимых, зависимых, расщеплённых тем.
- Оптимального числа тем вообще не существует! Оно задаётся исходя из целей моделирования.
- Значит, надо иерархически дробить темы на подтемы, пусть пользователь выбирает нужную ему детализацию.
- Есть простой метод для удаления лишних тем, но пока в ARTM нет простых критериев добавления тем.
- **Открытая проблема:** почему этот регуляризатор удаляет линейно зависимые и расщеплённые темы?

Проблема малых тем и тем-дубликатов

Эксперимент на коллекции postnauka.ru

- Самой модели не выгодно производить малые темы!
- Регуляризатор отбора тем плохо устраняет дубликаты!

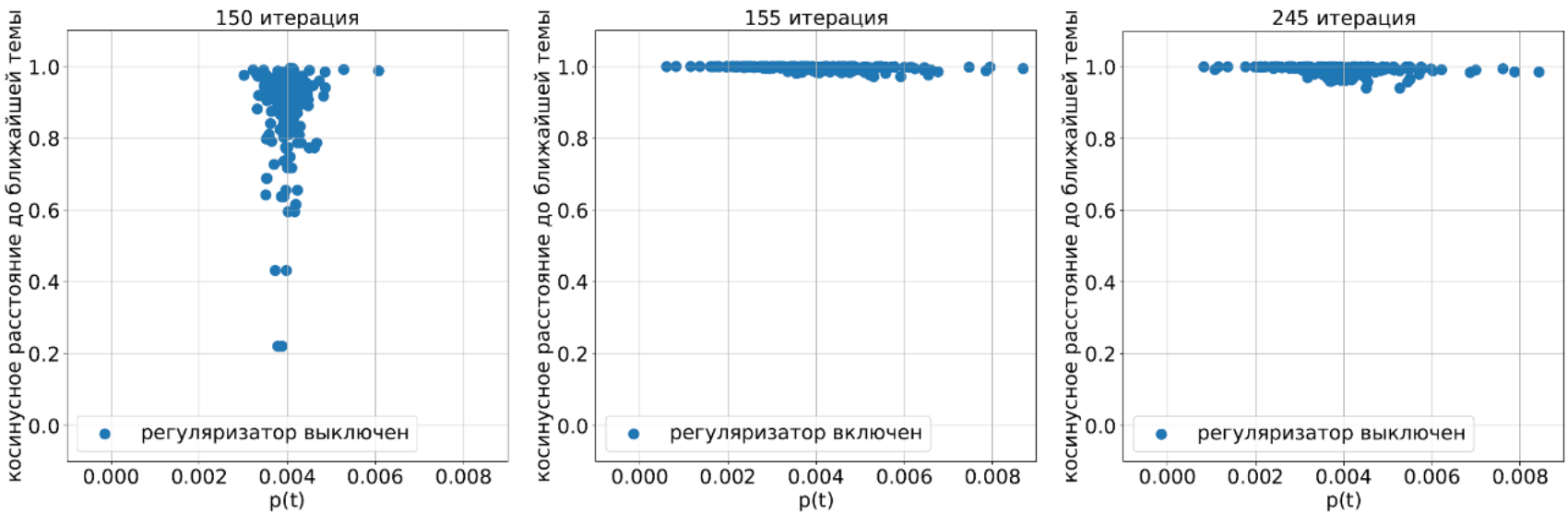


Г.Фоминская. Выявление тем-дубликатов в тематических моделях. Курсовая работа, ВМК МГУ, 2018.

Проблема малых тем и тем-дубликатов

Эксперимент на коллекции postnauka.ru

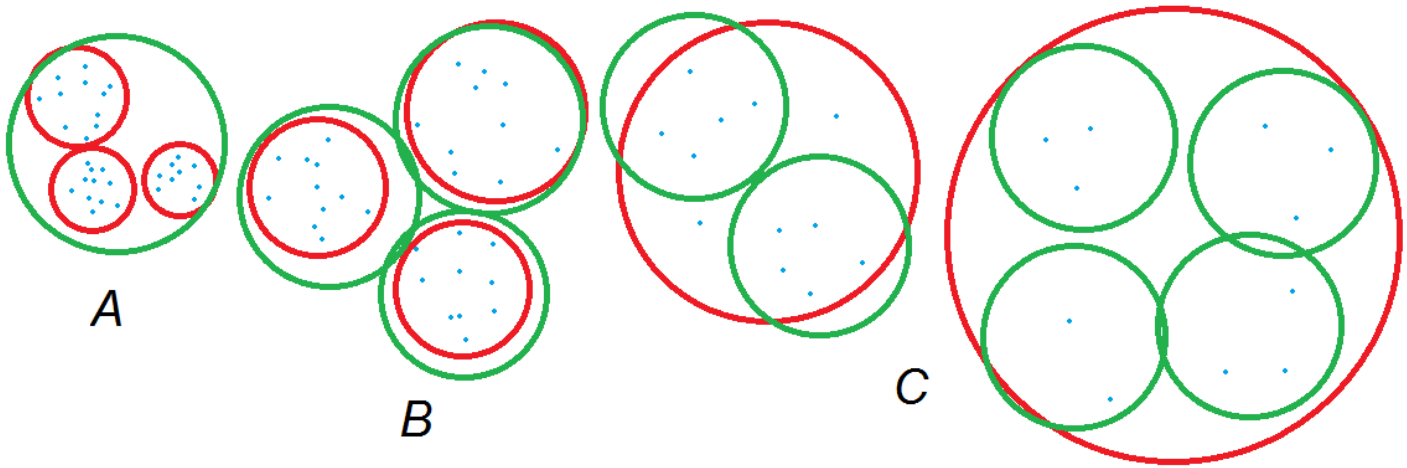
- Регуляризатор декоррелирования удаляет дубликаты лучше!
- Заодно он усиливает разброс тем по их мощности $p(t)$



Г.Фоминская. Выявление тем-дубликатов в тематических моделях. Курсовая работа, ВМК МГУ, 2018.

Проблема расщепления и слияния тем

- Тематические модели стремятся выравнивать темы по их мощности (красные кластеры).
- Это приводит к появлению тем-дубликатов (A) и семантически разнородных тем (C).
- Выравнивание тем по *радиусу семантической однородности* (зелёные кластеры) должно решать обе проблемы.



Радиус семантической однородности темы

Тема — кластер на единичном симплексе размерности $|W|-1$ с центром $p(w|t)$ и точками $p(w|t,d)$, $d \in D$: $\theta_{td} > 0$

Гипотеза условной независимости: радиус кластера = 0

Гипотеза H_0: $\hat{p}(w|t,d) = \frac{n_{tdw}}{n_{dt}} \quad \sim \quad \hat{p}(w|t) = \frac{n_{wt}}{n_t}$

Статистика — семейство дивергенций Кресси–Рида

$$\mathrm{CR}_\lambda(t,d) = \frac{2n_{td}}{\lambda(\lambda+1)} \sum_{w \in d} \hat{p}(w|d,t) \left(\left(\frac{\hat{p}(w|d,t)}{\hat{p}(w|t)} \right)^\lambda - 1 \right) =$$

$$= \frac{2}{\lambda(\lambda+1)} \sum_{w \in d} n_{dwt} \left(\left(\frac{n_{dwt} n_t}{n_{td} n_{wt}} \right)^\lambda - 1 \right).$$

Радиус семантической однородности темы t для документа d — квантиль распределения $\mathrm{CR}_\lambda(d,t)$ при истинности гипотезы H_0

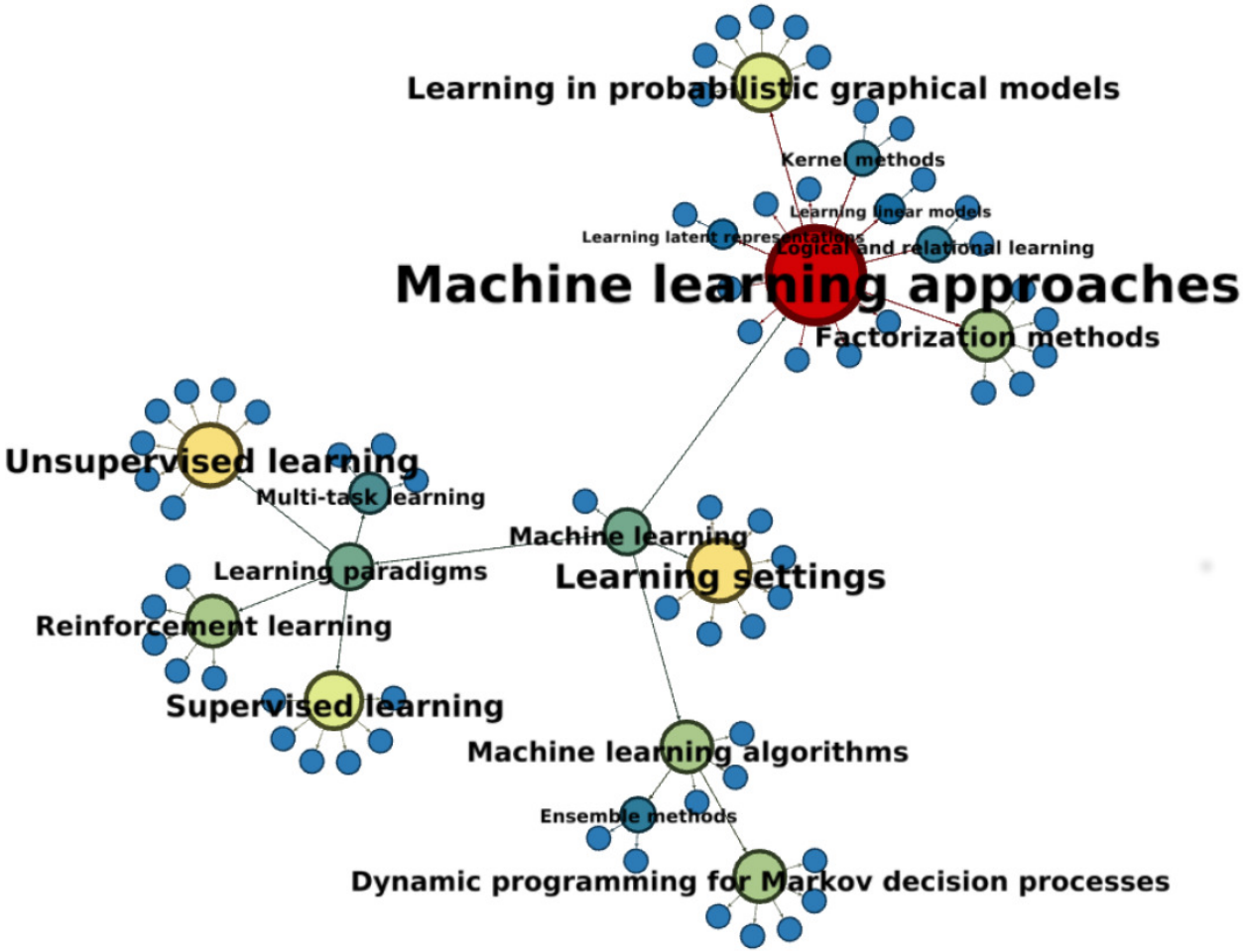
Свойства дивергенции Кресси–Рида

- статистика хи-квадрат при $\lambda = 1$
- статистика хи-квадрат модифицированная при $\lambda = -1$
- статистика G^2 (KL-дивергенция) при $\lambda \to 0$
- расстояние Хеллингера при $\lambda = -\frac{1}{2}$
- взвешенное евклидово расстояние при $\lambda = -2$
- имеет асимптотическое хи-квадрат распределение, но
- асимптотика не работает для разреженных распределений

Пока открытые вопросы

- Как использовать статистический тест для оценивания радиусов семантической однородности тем?
- Как включить в постановку задачи принцип балансирования тем по радиусу, а не по мощности?

Пример тематической иерархии



Georgeta Bordea. Domain adaptive extraction of topical hierarchies for Expertise Mining. 2013.

Иерархические тематические модели

- структура иерархии: дерево / многодольный граф
- направление: снизу вверх / сверху вниз / одновременно
- наращивание: поверхинное / послойное

Открытые проблемы:

- “Despite recent activity in the field of HPTMs, determining the hierarchical model that best fits a given data set, in terms of the structure and size of the learned hierarchy, still remains a challenging task and an open issue.”
- “The evaluation of hierarchical PTMs is also an open issue.”

Zavitsanos E., Paliouras G., Vouros G. A. Non-Parametric Estimation of Topic Hierarchies from Texts with Hierarchical Dirichlet Processes. 2011.

Послойное построение уровней тематической иерархии

Шаг 1. Строим модель с небольшим числом тем.

Шаг *k*. Пусть модель с множеством тем T уже построена. Строим множество дочерних тем S (subtopics), $|S| > |T|$.

Родительские темы приближаются смесями дочерних тем:

$$\sum_{t\in T} n_t \,\mathrm{KL}_w\Big(p(w|t) \,\Big\|\, \sum_{s\in S} p(w|s)p(s|t)\Big) \;\to\; \min_{\Phi,\Psi},$$

где $p(s|t) = \psi_{st}$, $\Psi = (\psi_{st})_{S\times T}$ — *матрица связей*.

Родительская $\Phi^p \approx \Phi\Psi$, отсюда регуляризатор матрицы Φ:

$$R(\Phi,\Psi) = \tau \sum_{t\in T}\sum_{w\in W} n_{wt} \ln \sum_{s\in S} \phi_{ws}\psi_{st} \;\to\; \max.$$

Родительские темы t — *псевдо-документы* с частотами слов n_{wt}.

Двухуровневая модель коллекции postnauka.ru

20 тем на верхнем уровне, 58 тем на нижнем уровне

Что такое «спектр тем» и зачем он нужен

Визуализация иерархии тем во времени (концепт):

- Интерпретируемые оси «время–темы»
- Близкие темы должны находиться рядом
- *Спектр тем* — одномерная линейная проекция (например, науки: гуманитарные $\rightarrow$ естественные $\rightarrow$ точные)

Построение спектра тем. Постановка задачи

Тематический спектр — такая перестановка тем $t_1, \ldots, t_{|T|}$, что сумма расстояний между соседними темами минимальна:

$$\sum_{i=2}^{|T|} \rho(t_i, t_{i-1}) \to \min$$

Функция расстояния $\rho(t, t')$ между темами, примеры:

- Манхэттенское: $\rho(t, t') = \sum_{w \in W} \left| \phi_{wt} - \phi_{wt'} \right|$
- Хеллингера: $\rho^2(t, t') = \frac{1}{2} \sum_{w \in W} \left(\sqrt{\phi_{wt}} - \sqrt{\phi_{wt'}} \right)^2$
- Жаккара: $\rho(t, t') = 1 - \frac{|W_t \cap W_{t'}|}{|W_t \cup W_{t'}|}$, $W_t = \left\{ w : \phi_{wt} > \frac{1}{|W|} \right\}$

Построение спектра тем — это задача коммивояжёра

Задача TSP (traveling salesman problem)

Найти путь минимальной суммарной стоимости, соединяющий T городов так, чтобы в каждом городе побывать один раз.

Алгоритм Лина–Кернигана в реализации Хельсгауна — лучший для решения задачи TSP, по данным *Encyclopedia of operations research* на 2013 год.
Вычислительная сложность $T^{2.2}$.

Другие алгоритмы оказались не только медленнее, но и хуже по качеству тематических спектров.

Keld Helsgaun. An effective implementation of the Lin–Kernighan traveling salesman heuristic. EJOR, 2000.

Дмитрий Федоряка. Технология интерактивной визуализации тематических моделей. Бакалаврская диссертация. МФТИ, 2017.

Пример спектра (коллекция postnauka.ru)

1. остров, земля, период, там, территория, океан, где, более, вид, найти, вулкан, находиться, южный
2. растение, япония, раса, при, более, чем, например, исследование, вид, страна, население
3. вид, эволюция, самец, мозг, самка, животное, отбор, ген, более, птица, наш, между, чтобы, чем, друг
4. мозг, нейрон, при, заболевание, наш, пациент, состояние, система, болезнь, сон, исследование
5. клетка, музей, стволовой, ткань, организм, чтобы, опухоль, система, использовать, технология
6. клетка, ген, днк, организм, молекула, геном, белок, белка, бактерия, система, процесс, жизнь
7. система, материал, задача, структура, метод, компьютер, дать, при, химический, область, химия
8. квантовый, свет, волна, атом, информация, фотон, сигнал, использовать, два, при, частота, состояние
9. частица, энергия, кварк, взаимодействие, магнитный, электрон, масса, физика, бозон, протон, модель
10. звезда, галактика, земля, планета, вселенная, дыра, чёрный, объект, солнце, масса, наш, система
11. теория, пространство, вселенная, закон, физика, математический, уравнение, число, два, мир, система
12. наш, сеть, информация, дать, объект, культура, задача, например, образ, память, слово, разный
13. язык, слово, русский, например, говорить, словарь, речь, разный, языковой, текст, два, лингвист
14. наука, учёный, научный, потому, чтобы, лекция, хороший, университет, сейчас, наш, заниматься
15. экономический, экономика, страна, чтобы, более, рынок, компания, цена, решение, деньга, работа, чем
16. страна, война, государство, политический, россия, советский, власть, политика, германия, стать
17. ребёнок, женщина, мужчина, жизнь, культура, общество, себя, семья, социальный, советский, женский
18. город, пространство, социальный, городской, общество, место, культурный, жизнь, более, современный
19. исследование, социальный, поведение, группа, решение, and, the, теория, проблема, наука
20. социальный, социология, мир, теория, объект, социологический, действие, событие, социолог, наука
21. политический, философия, идея, наука, свобода, понятие, революция, история, философ, век, себя
22. право, власть, закон, король, век, римский, бог, себя, церковь, правовой, политический, суд, два
23. век, история, русский, исторический, имя, традиция, христианский, культура, историк, текст, уже
24. себя, искусство, литература, говорить, потому, мир, сам, миф, жизнь, слово, текст, роман, век
25. книга, фильм, автор, кино, pcourse, num, читатель, посвятить, тема, история, исследование, работа

Пример спектра (коллекция postnauka.ru)

1. остров, земля, период, там, территория, океан, где, более, вид, найти, вулкан, находиться, южный
2. растение, япония, раса, при, более, чем, например, исследование, вид, страна, население
3. вид, эволюция, самец, мозг, самка, животное, отбор, ген, более, птица, наш, между, чтобы, чем, друг
4. мозг, нейрон, при, заболевание, наш, пациент, состояние, система, болезнь, сон, исследование
5. клетка, музей, стволовой, ткань, организм, чтобы, опухоль, система, использовать, технология
6. клетка, ген, днк, организм, молекула, геном, белок, белка, бактерия, система, процесс, жизнь
7. система, материал, задача, структура, метод, компьютер, дать, при, химический, область, химия
8. квантовый, свет, волна, атом, информация, фотон, сигнал, использовать, два, при, частота, состояние
9. частица, энергия, кварк, взаимодействие, магнитный, электрон, масса, физика, бозон, протон, модель
10. звезда, галактика, земля, планета, вселенная, дыра, чёрный, объект, солнце, масса, наш, система
11. теория, пространство, вселенная, закон, физика, математический, уравнение, число, два, мир, система
12. наш, сеть, информация, дать, объект, культура, задача, например, образ, память, слово, разный
13. язык, слово, русский, например, говорить, словарь, речь, разный, языковой, текст, два, лингвист
14. наука, учёный, научный, потому, чтобы, лекция, хороший, университет, сейчас, наш, заниматься
15. экономический, экономика, страна, чтобы, более, рынок, компания, цена, решение, деньга, работа, чем
16. страна, война, государство, политический, россия, советский, власть, политика, германия, стать
17. ребёнок, женщина, мужчина, жизнь, культура, общество, себя, семья, социальный, советский, женский
18. город, пространство, социальный, городской, общество, место, культурный, жизнь, более, современный
19. исследование, социальный, поведение, группа, решение, and, the, теория, проблема, наука
20. социальный, социология, мир, теория, объект, социологический, действие, событие, социолог, наука
21. политический, философия, идея, наука, свобода, понятие, революция, история, философ, век, себя
22. право, власть, закон, король, век, римский, бог, себя, церковь, правовой, политический, суд, два
23. век, история, русский, исторический, имя, традиция, христианский, культура, историк, текст, уже
24. себя, искусство, литература, говорить, потому, мир, сам, миф, жизнь, слово, текст, роман, век
25. книга, фильм, автор, кино, pcourse, num, читатель, посвятить, тема, история, исследование, работа

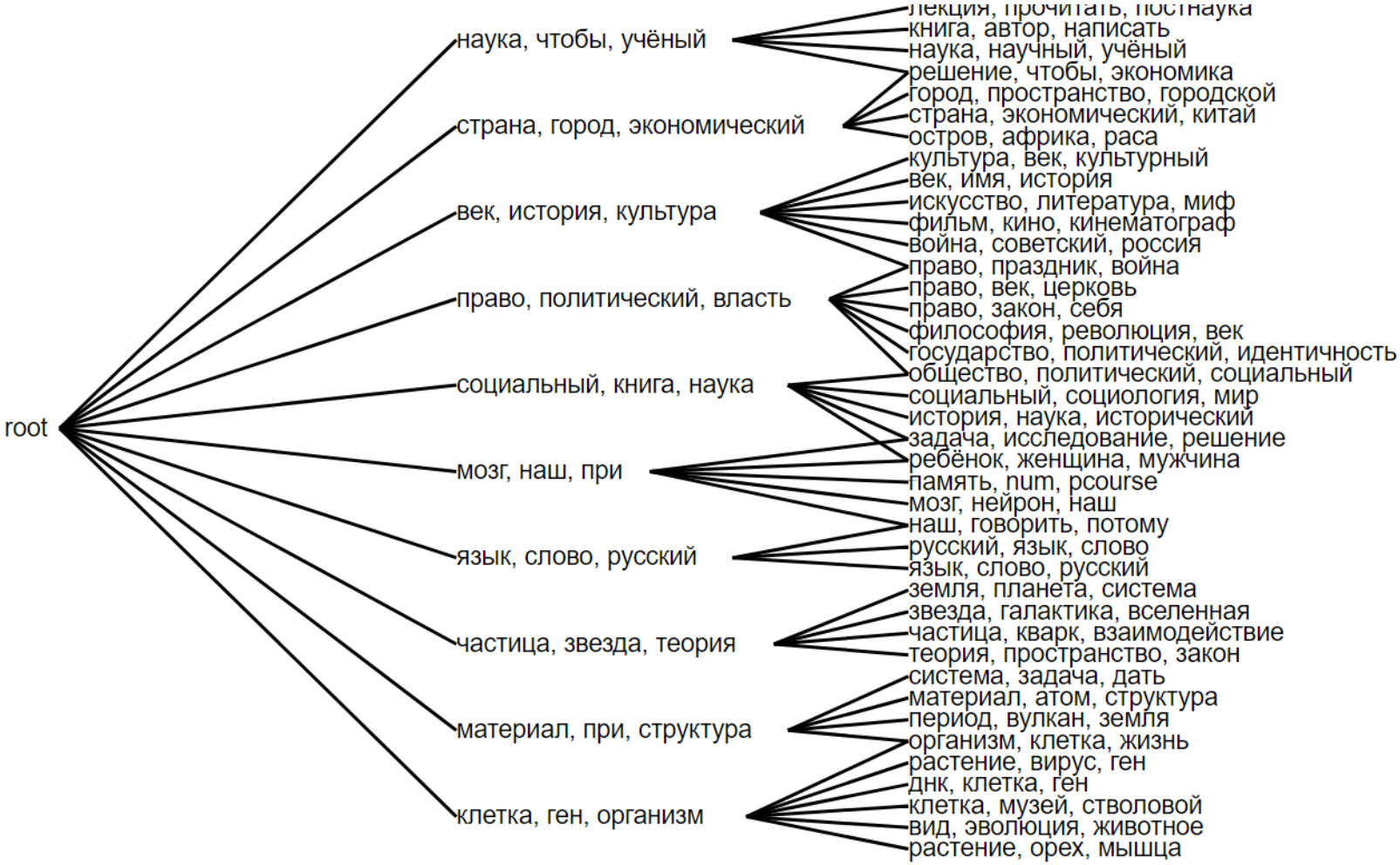
Пример спектра (коллекция lenta.ru)

1. спортсмен, допинг, олимпиада, рио, де, россия, проба, жанейро, wada, олимпийский_игра, соревнование
2. команда, матч, счёт, клуб, победа, чемпионат, турнир, минута, футболист, встреча, летний, футбол
3. евро, евровидение, страна, россия, конкурс, франция, болельщик, англия, украина, футбол, певец
4. пройти, мероприятие, россия, акция, фестиваль, москва, фильм, участник, картина, театр, музей
5. фильм, сериал, продукт, актёр, компания, продукция, процент, россия, книга, товар, картина, сезон
6. россия, москва, турист, процент, россиянин, страна, отель, рейс, путешественник, город, тысяча
7. процент, доллар, рубль, нефть, цена, россия, баррель, страна, уровень, вырасти, рынок, рост
8. компания, миллиард_рубль, процент, миллиард_доллар, россия, сумма, миллион_доллар, банк, банка
9. закон, законопроект, документ, реклама, использование, деятельность, поправка, внести, организация
10. россия, страна, керченский_пролив, российский, боинг, работа, чайка, ряд, гражданин, аэропорт
11. партия, кандидат, журналист, праймериза, выбор, единый_россия, госдума, выборы
12. россия, украина, крым, решение, киев, депутат, вопрос, отношение, страна, мнение, право, москва
13. россия, страна, турция, сша, ес, евросоюз, москва, санкция, отношение, украина, вопрос, государство
14. россия, сирия, исламский_государство, сша, нато, иго, запретить, террорист, страна, боевик
15. ракета, путин, россия, запуск, глава_государство, союз, спутник, президент
16. учёный, клетка, исследование, исследователь, ген, университет, оказаться, процент, помощь, организм
17. земля, животное, учёный, животный, тысяча, звезда, планета, обнаружить, кошка, территория, жизнь
18. самолёт, километр, машина, борт, пассажир, вертолёт, погибнуть, лайнер, пилот, час, район, яхта
19. полицейский, полиция, мужчина, задержать, автомобиль, улица, москва, пострадать, life
20. статья, убийство, задержать, суд, отношение, ук_рф, подозревать, следствие, обвинять, трамп, часть
21. ребёнок, женщина, мужчина, летний, дом, сын, семья, мальчик, жена, полиция, дочь, школа, врач
22. видео, youtube, ролик, фото, фотография, канал, снимка, auto, instagram, девушка, страница, группа
23. facebook, пользователь, интернет, страница, twitter, пост, написать, соцсеть, вконтакте, аккаунт
24. устройство, смартфон, компания, мотоциклист, игра, байкер, видео, миллион_доллар, робот, молодая
25. бренд, модель, компания, обувь, основать, одежда, релиз, коллекция, редакция, часы, поступить

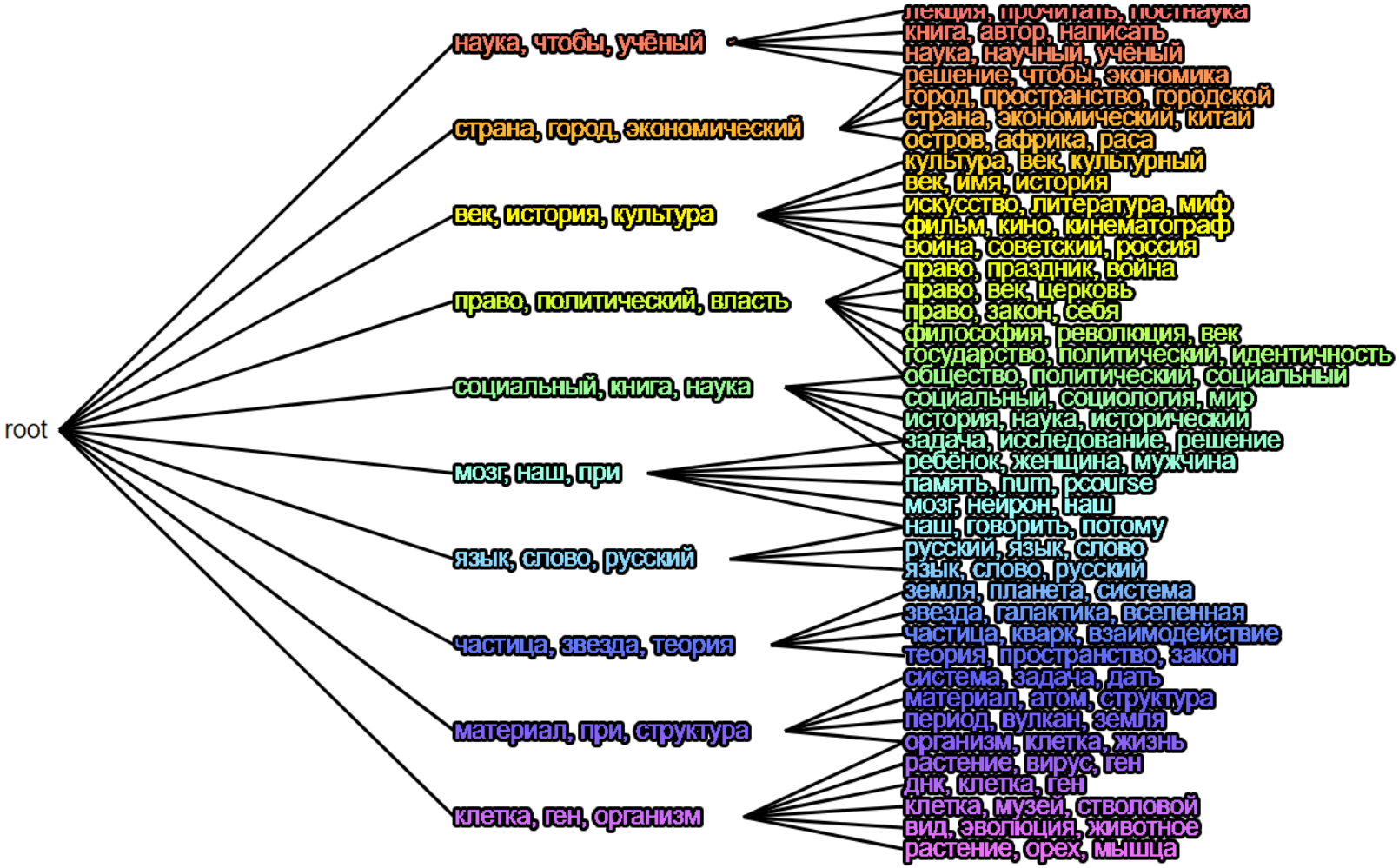
Пример спектра (коллекция lenta.ru)

1. спортсмен, допинг, олимпиада, рио, де, россия, проба, жанейро, wada, олимпийский_игра, соревнование
2. команда, матч, счёт, клуб, победа, чемпионат, турнир, минута, футболист, встреча, летний, футбол
3. евро, евровидение, страна, россия, конкурс, франция, болельщик, англия, украина, футбол, певец
4. пройти, мероприятие, россия, акция, фестиваль, москва, фильм, участник, картина, театр, музей
5. фильм, сериал, продукт, актёр, компания, продукция, процент, россия, книга, товар, картина, сезон
6. россия, москва, турист, процент, россиянин, страна, отель, рейс, путешественник, город, тысяча
7. процент, доллар, рубль, нефть, цена, россия, баррель, страна, уровень, вырасти, рынок, рост
8. компания, миллиард_рубль, процент, миллиард_доллар, россия, сумма, миллион_доллар, банк, банка
9. закон, законопроект, документ, реклама, использование, деятельность, поправка, внести, организация
10. россия, страна, керченский_пролив, российский, боинг, работа, чайка, ряд, гражданин, аэропорт
11. партия, кандидат, журналист, праймериза, выбор, единый_россия, госдума, выборы
12. россия, украина, крым, решение, киев, депутат, вопрос, отношение, страна, мнение, право, москва
13. россия, страна, турция, сша, ес, евросоюз, москва, санкция, отношение, украина, вопрос, государство
14. россия, сирия, исламский_государство, сша, нато, иго, запретить, террорист, страна, боевик
15. ракета, путин, россия, запуск, глава_государство, союз, спутник, президент
16. учёный, клетка, исследование, исследователь, ген, университет, оказаться, процент, помощь, организм
17. земля, животное, учёный, животный, тысяча, звезда, планета, обнаружить, кошка, территория, жизнь
18. самолёт, километр, машина, борт, пассажир, вертолёт, погибнуть, лайнер, пилот, час, район, яхта
19. полицейский, полиция, мужчина, задержать, автомобиль, улица, москва, пострадать, life
20. статья, убийство, задержать, суд, отношение, ук_рф, подозревать, следствие, обвинять, трамп, часть
21. ребёнок, женщина, мужчина, летний, дом, сын, семья, мальчик, жена, полиция, дочь, школа, врач
22. видео, youtube, ролик, фото, фотография, канал, снимка, auto, instagram, девушка, страница, группа
23. facebook, пользователь, интернет, страница, twitter, пост, написать, соцсеть, вконтакте, аккаунт
24. устройство, смартфон, компания, мотоциклист, игра, байкер, видео, миллион_доллар, робот, молодая
25. бренд, модель, компания, обувь, основать, одежда, релиз, коллекция, редакция, часы, поступить

Иерархический спектр (коллекция postnauka.ru)

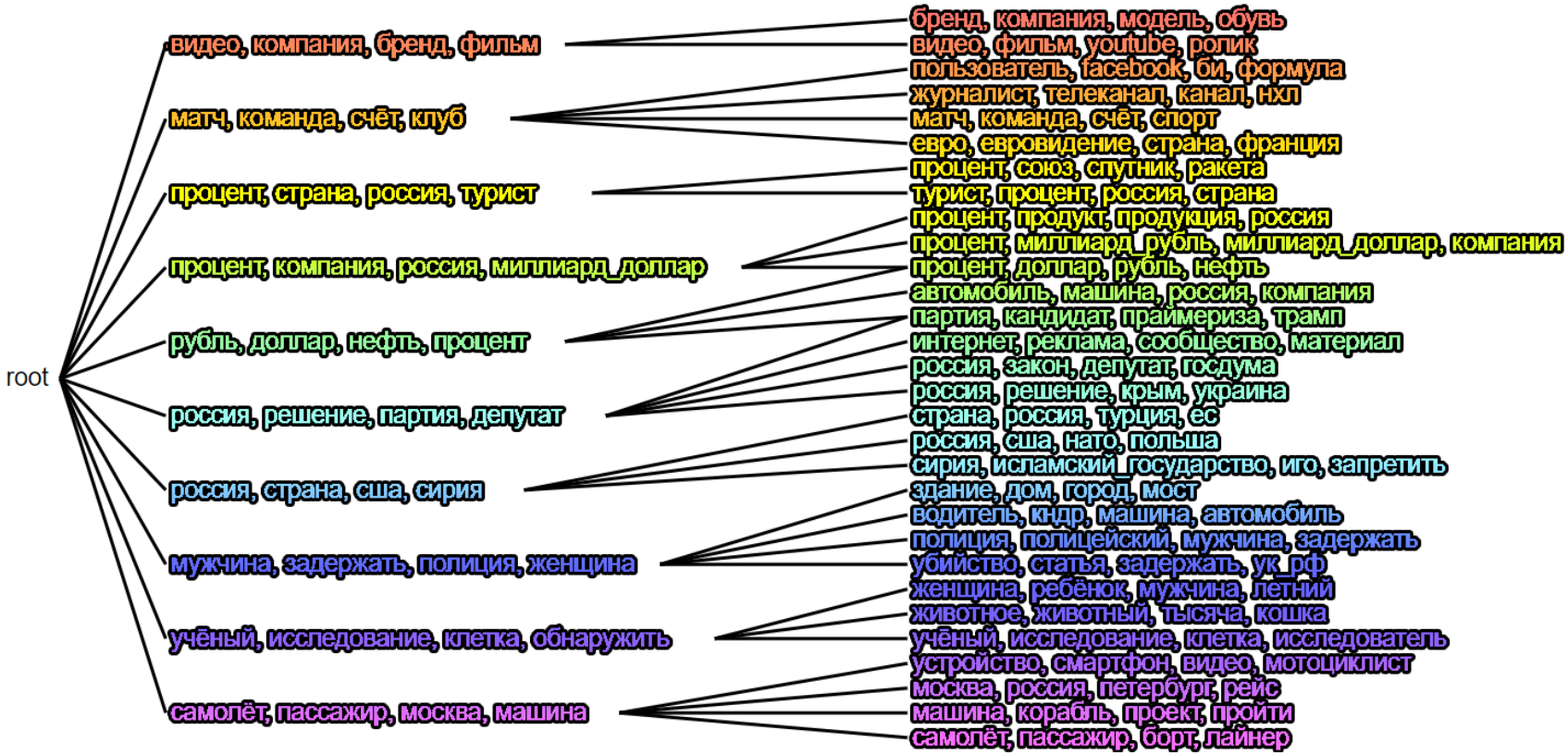


Иерархический спектр (коллекция postnauka.ru)



Иерархический спектр (коллекция lenta.ru)

Иерархический спектр (коллекция lenta.ru)



Транзакционные данные

Выборка может содержать не только пары (d, w), но также тройки, четвёрки, ..., n-ки элементов разных модальностей.

Примеры:

- **Данные социальной сети:**
  (d, u, w) — пользователь u записал слово w в блоге d
- **Данные сети интернет-рекламы:**
  (u, d, b) — пользователь u кликнул баннер b на странице d
- **Данные рекомендательной системы:**
  (u, f, s) — пользователь u оценил фильм f в ситуации s
- **Данные финансовых организаций:**
  (b, s, g) — покупатель u купил у продавца s товар g

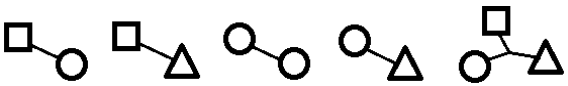
Задача: по наблюдаемой выборке рёбер гиперграфа выявить латентные темы его вершин.

Тематическая модель гиперграфа: определения и обозначения

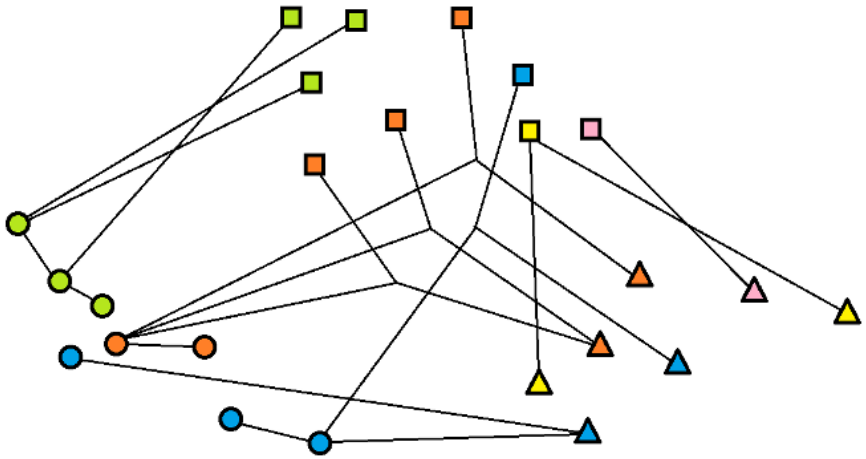
$\Gamma = \langle V, E \rangle$ — ориентированный гиперграф.
$V = V^1 \sqcup \cdots \sqcup V^M$ — разбиение вершин по модальностям

M — множество модальностей:

K — множество типов рёбер:



T — множество тем:



X^k — наблюдаемая выборка транзакций — рёбер типа k
ребро (d, x): вершина-контейнер $d \in V$ и вершины $x \subset V$,
n_{dx} — число вхождений ребра (d, x) в выборку X^k
$p_k(d, x)$ — неизвестное распределение на рёбрах типа k

Тематическая модель гиперграфа

Вероятностная тематическая модель рёбер типа k:

$$p_k(x|d) = \sum_{t \in T} \theta_{td} \prod_{v \in x} \phi_{kvt},$$

$\theta_{td} = p(t|d)$ — тематика контейнера не зависит от типа ребра k
$\phi_{kvt} = p_k(v|t)$ — для модальности v в теме t на рёбрах типа k

Задача максимизации log правдоподобия:

$$\sum_{k \in K} \tau_k \sum_{(d,x) \in X^k} n_{dx} \ln \sum_{t \in T} \theta_{td} \prod_{v \in x} \phi_{kvt} \to \max_{\Phi, \Theta},$$

$$\phi_{kvt} \geqslant 0, \quad \sum_{v \in V^m} \phi_{kvt} = 1; \qquad \theta_{td} \geqslant 0, \quad \sum_{t \in T} \theta_{td} = 1;$$

где $\tau_k > 0$ — веса типов рёбер.

EM-алгоритм для гиперграфовой ARTM

Задача максимизации регуляризованного правдоподобия:

$$\sum_{k\in K} \tau_k \sum_{(d,x)\in X^k} n_{dx} \ln \sum_{t\in T} \theta_{td} \prod_{v\in x} \phi_{kvt} + R(\Phi,\Theta) \to \max_{\Phi,\Theta}.$$

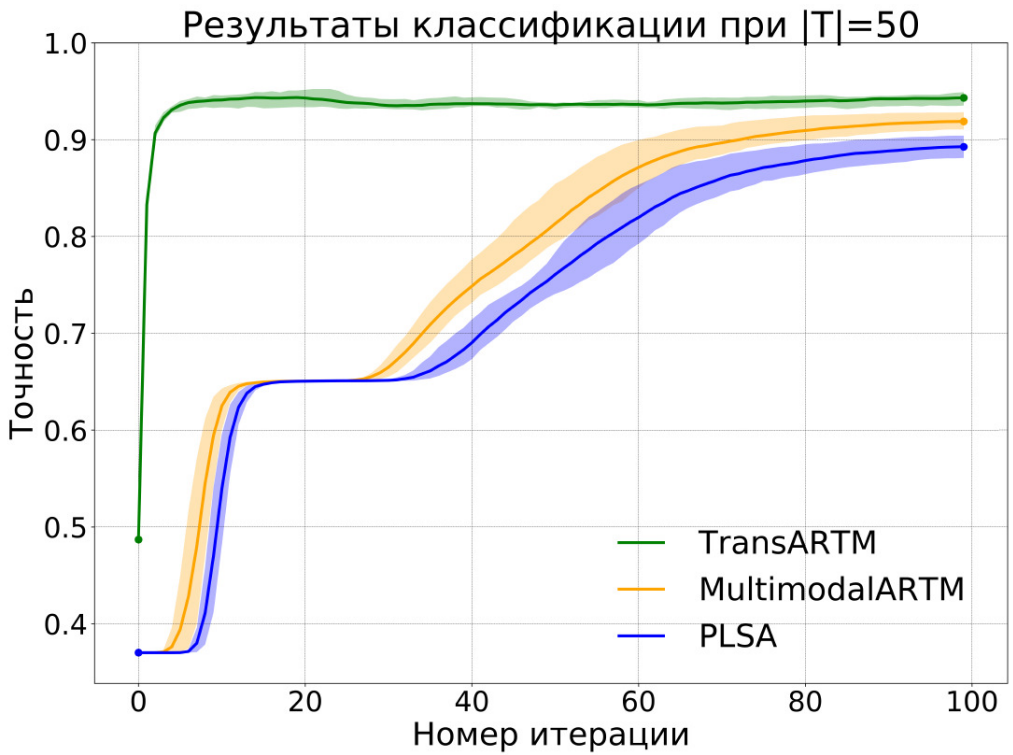
EM-алгоритм: метод простой итерации для системы уравнений со вспомогательными переменными $p_{ktdx} = p_k(t|d,x)$:

$$\text{E-шаг:} \quad p_{ktdx} = \underset{t\in T}{\text{norm}}\left(\theta_{td} \prod_{v\in x} \phi_{kvt}\right)$$

$$\text{M-шаг:} \quad \begin{cases} \phi_{kvt} = \underset{v\in V^m}{\text{norm}}\left(\sum_{(d,x)} [v\in x]\tau_k n_{dx} p_{ktdx} + \phi_{kvt}\frac{\partial R}{\partial \phi_{kvt}}\right) \\ \theta_{td} = \underset{t\in T}{\text{norm}}\left(\sum_{k\in K}\sum_{(d,x)} \tau_k n_{dx} p_{ktdx} + \theta_{td}\frac{\partial R}{\partial \theta_{td}}\right) \end{cases}$$

Эксперименты на модельных данных

13M транзакций, 3 модальности, 5 классов, 9 типов рёбер

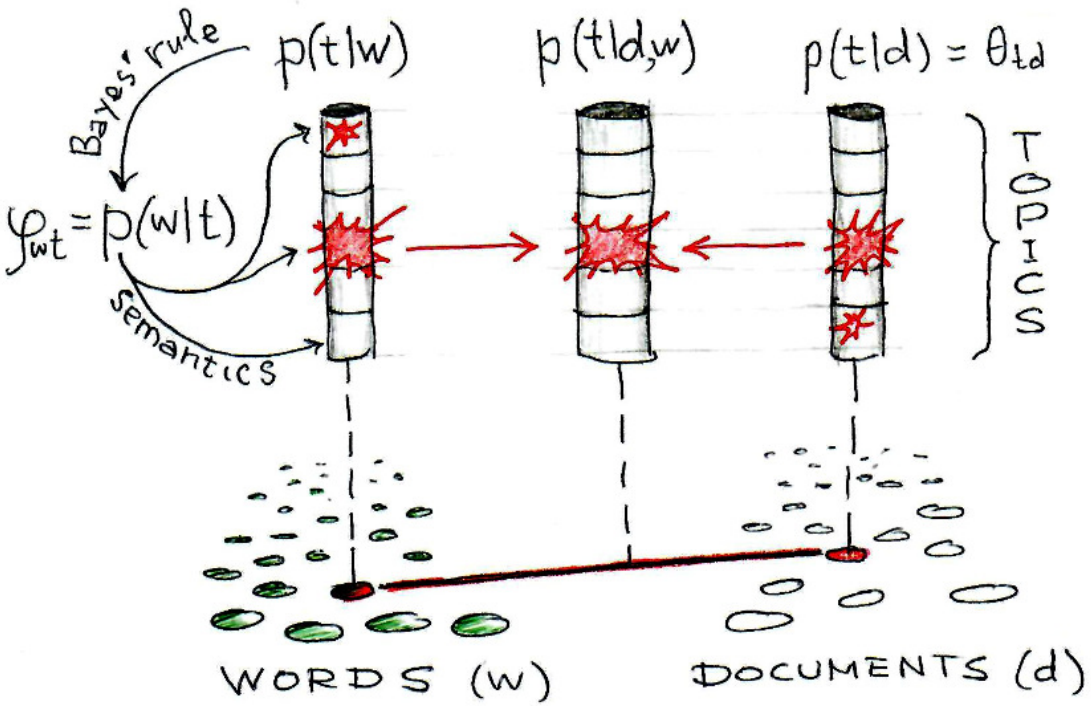


Вывод: обычные модели не могут восстановить гиперграф.

Илья Кариков. Гиперграфовые тематические модели транзакционных данных. Магистерская диссертация, МФТИ, 2018.

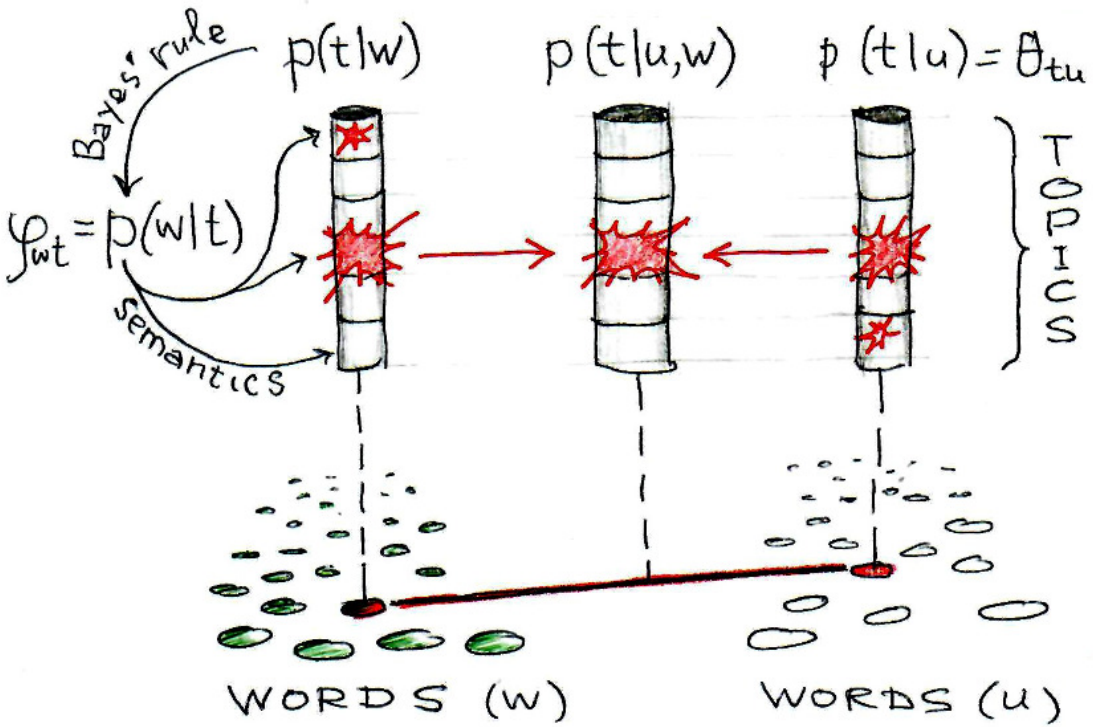
Интерпретируемые эмбединги слов и документов

- Коллекция текстов — двудольный граф с рёбрами (d, w)
- Слово w встречается в d, когда у них есть общие темы
- Интерпретируемость тем возникает благодаря $p(w|t)$



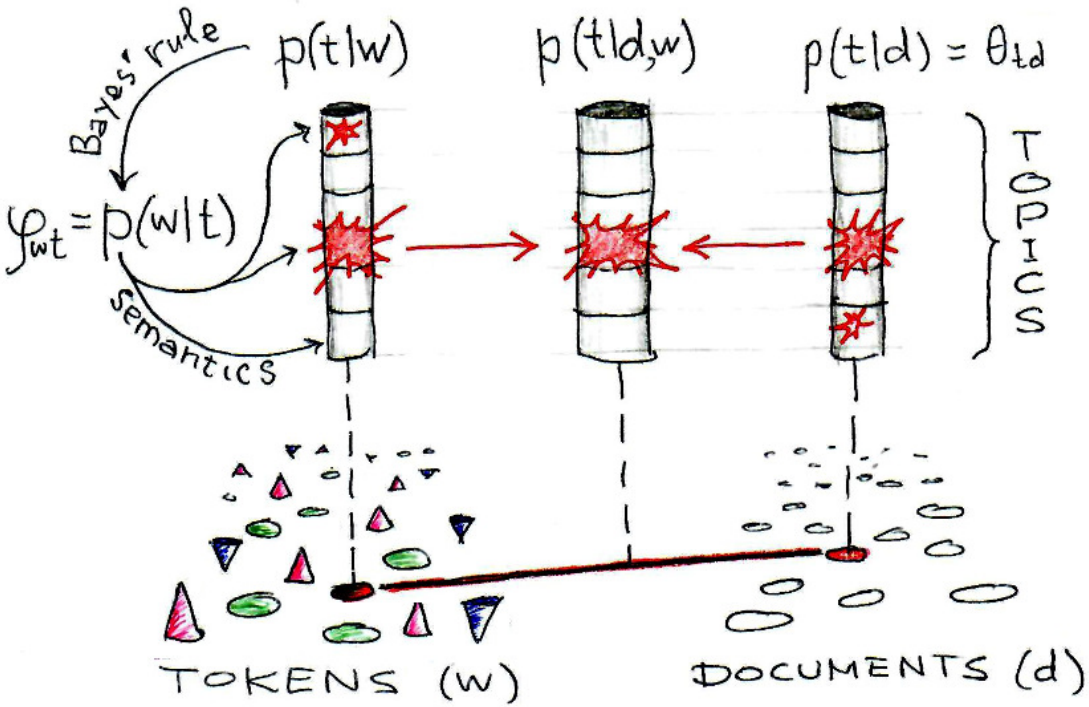
Интерпретируемые эмбединги совстречаемости слов

- Идея *дистрибутивной семантики*: “Words that occur in the same contexts tend to have similar meanings” [Harris, 1954].
- Слово индуцирует псевдо-документ всех его контекстов



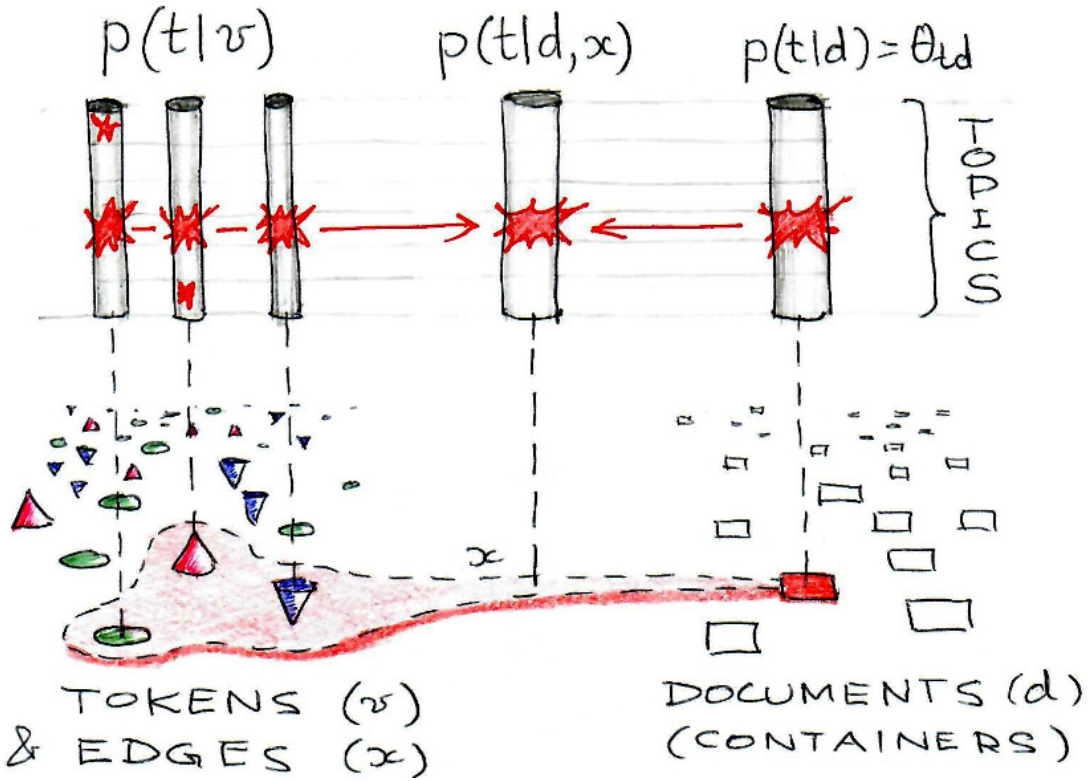
Интерпретируемые эмбединги мультимодальных документов

- Документы содержат слова и токены других *модальностей*
- Примеры модальностей: авторы, время, теги, пользователи,...
- Через темы смыслы слов передаются другим модальностям



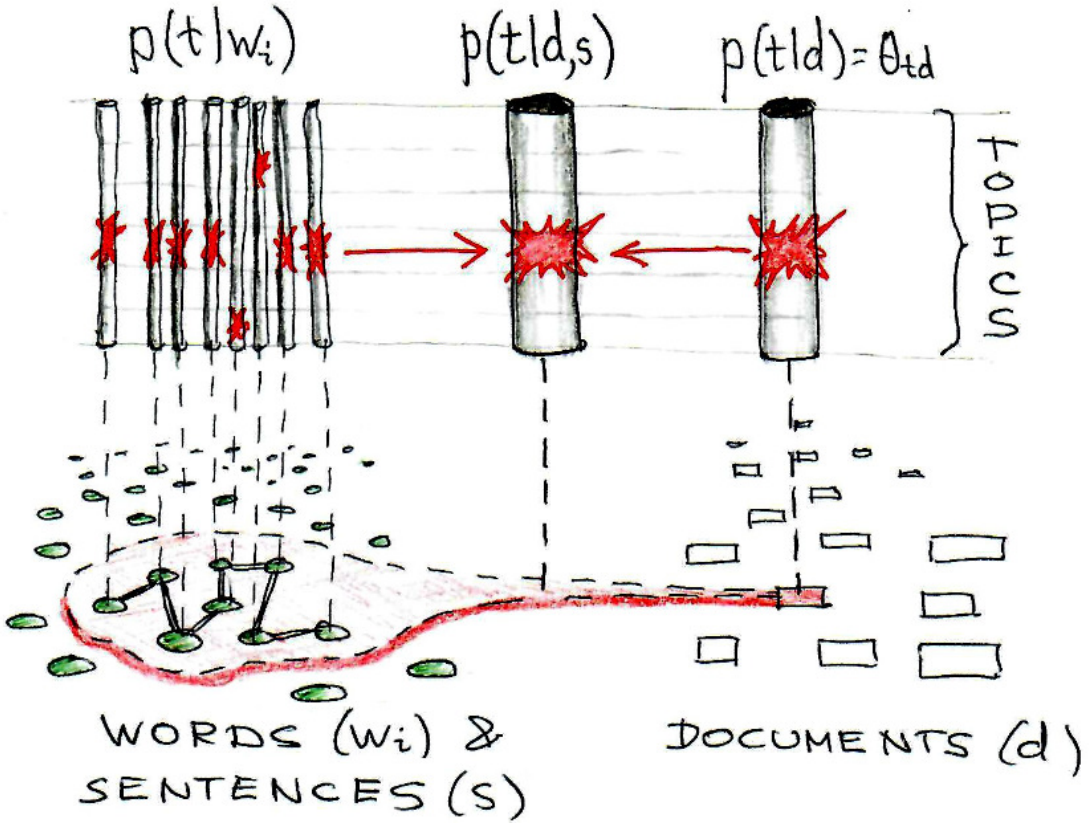
Интерпретируемые эмбединги транзакционных данных

- *Гиперграф* — множество подмножеств вершин-токенов
- Транзакция = подмножество токенов = ребро гиперграфа
- Транзакция происходит, когда токены имеют общие темы



Интерпретируемые эмбединги предложений

- Предложение — семантически однородная единица языка
- Предложение образуется из слов, имеющих общие темы
- Предложение = подмножество слов = ребро гиперграфа



Вместо заключения. Алгоритм НИР

Итеративно повторять, в произвольном порядке:

- погружение в современную научную литературу
- поиск противоречий и их аккуратная формализация
- поиск лаконичных обозначений и простых доказательств
- проверка предположений в экспериментах
- анализ простых частных или крайних случаев
- изменение постановки задачи на близкие
- аккуратное письменное изложение всего
- семинары, обсуждения, диспуты, брейн-штормы

http://bigartm.org
voron@forecsys.ru

Литература

- *К.В.Воронцов.* Обзор вероятностных тематических моделей. 2017. – NEW!
  http://www.MachineLearning.ru/wiki/images/d/d5/Voron17survey-artm.pdf
- *К.В.Воронцов.* Аддитивная регуляризация тематических моделей коллекций текстовых документов. Доклады РАН. 2014.
- *K.Vorontsov, A.Potapenko.* Additive regularization of topic models. Machine Learning, 2015.
- *O.Frei, M.Apishev.* Parallel non-blocking deterministic algorithm for online topic modeling. AIST 2016.
- *N.Chirkova, K.Vorontsov.* Additive regularization for hierarchical multimodal topic modeling. JMLDA, 2016.
- *A.Ianina, K.Vorontsov.* Multi-objective topic modeling for exploratory search in tech news. AINL, 2017.
- *A.Potapenko, A.Popov, K.Vorontsov.* Interpretable probabilistic embeddings: bridging the gap between topic models and neural networks. AINL, 2017.
- *V.Alekseev, V.Bulatov, K.Vorontsov.* Intra-Text Coherence as a Measure of Topic Models Interpretability. Dialogue, 2018.
- *A.Belyy, M.Seleznova, A.Sholokhov, K.Vorontsov.* Quality Evaluation and Improvement for Hierarchical Topic Modeling. Dialogue, 2018.
- *N.Skachkov, K.Vorontsov.* Improving topic models with segmental structure of texts. Dialogue, 2018.