

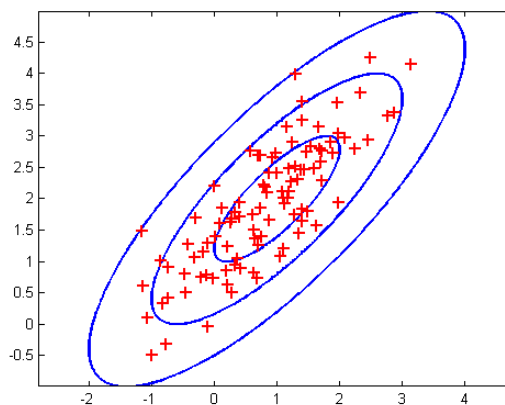
Задание №4 по курсу «Практикум на ЭВМ»

Срок сдачи: 4 декабря (среда), 23:59

Максимальный балл: 5.0.

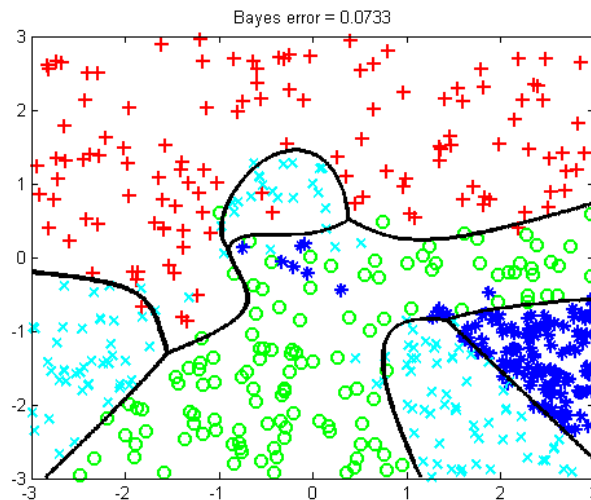
Формулировка задания

1. Для многомерного нормального распределения:
 - a. Реализовать процедуру генерации выборки заданного объема на основе функции генерации из одномерного стандартного нормального распределения `randn` (функцией `mvnpdf` пользоваться нельзя);
 - b. Реализовать процедуру отображения линий уровня двумерного нормального распределения без использования функции `contour` и аналогичных ей;
 - c. С помощью реализованных процедур отобразить линии уровня, соответствующие одному, двум и трем стандартным отклонениям, а также отобразить сгенерированную выборку.



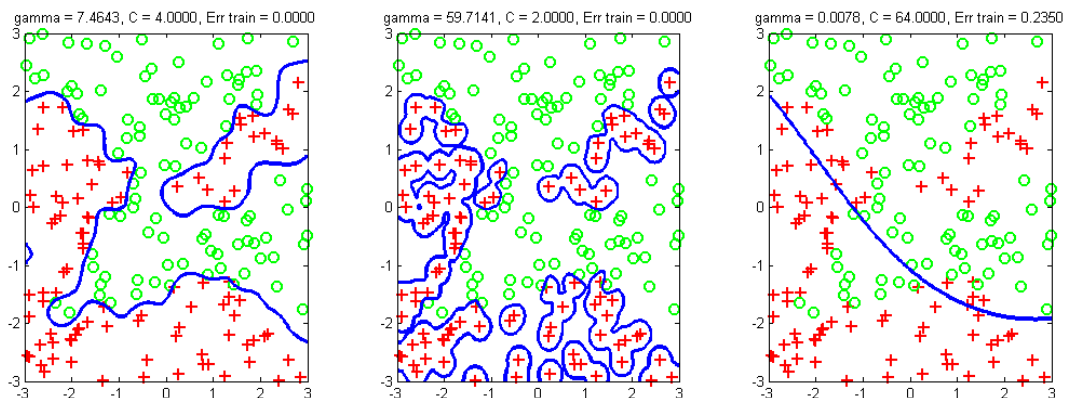
Пример рисунка с линиями уровня двумерного нормального распределения, соответствующие одному, двум и трем стандартным отклонениям, а также сгенерированная выборка.

2. Реализовать процедуру генерации модельных данных для задач классификации с нелинейными границами между классами; реализовать байесовский классификатор и процедуру оценки байесовского уровня ошибки (среднего риска байесовского классификатора) для выбранной модели генеральной совокупности.
3. Реализовать процедуру отображения разделяющей поверхности для заданного классификатора в двухмерном признаковом пространстве.



Пример модельных данных классификации с четырьмя классами; черной кривой показана разделяющая поверхность байесовского классификатора, уровень байесовской ошибки для этой задачи составляет 7,33%.

4. Для каждого из трех семейств классификаторов – метода k ближайших соседей, решающего дерева и метода опорных векторов (использовать готовые реализации методов, например, ClassificationKNN, ClassificationTree и библиотеку LIBSVM) – провести эксперимент по следующей схеме:
 - a. Сгенерировать обучающие и тестовые двумерные модельные данные классификации;
 - b. По обучающим данным провести процедуру кросс-валидации (скользящего контроля, бутстрапа) для настройки структурных параметров семейства алгоритмов; при этом построить график ошибки на кросс-валидации и на тестовых данных в зависимости от значения структурного параметра;
 - c. Отобразить обучающую и тестовую выборку вместе с разделяющей поверхностью для трех классификаторов из семейства алгоритмов: 1) классификатора с параметрами, выбранными по кросс-валидации, 2) классификатора с высокой variance (соответствует значению структурного параметра, приводящего к модели максимальной сложности), 3) классификатора с высоким bias (соответствует значению структурного параметра, приводящего к модели минимальной сложности);
 - d. Для каждого из трех классификаторов из предыдущего пункта построить кривые обучения (learning curves), т.е. графики ошибки на обучении и тесте в зависимости от объема обучающей выборки.



Пример графиков для пункта c: слева показана разделяющая поверхность оптимального классификатора, в середине – классификатора с высокой variance, справа – классификатора с высоким bias.

5. Реализовать процедуру вычисления TPR, FPR и AUC для заданного двухклассового классификатора и тестовой выборки (функциями `roc`, `perfcurve` и их аналогами пользоваться нельзя); построить на одном графике ROC-кривые для тестовой выборки для лучших классификаторов из каждого из трех семейств в эксперименте в п. 4.
6. Для каждого из трех семейств классификаторов – метода k ближайших соседей, решающего дерева и метода опорных векторов – провести эксперимент, аналогичный пункту 4, в котором выборки генерируются с несбалансированными классами (коэффициент несбалансированности может быть разным для обучающей и тестовой выборки), а вместо доли ошибок классификатора на выборке используется характеристика 1-AUC; при этом конкретный классификатор из ROC-кривой выбирается с помощью максимизации среднего гармонического чувствительности TPR и специфичности 1-FPR; сравнить полученные результаты со случаем использования характеристики доли ошибок на выборке.
7. Привести пример задачи классификации, в которой решающее дерево показывает лучший результат, чем метод опорных векторов и метод k ближайших соседей; аналогично привести примеры задач классификации, в которых два других семейства оказываются наилучшими; пояснить причины подобного поведения методов.
8. Написать отчет в среде LaTeX с описанием всех проведенных исследований.

Отчет, а также все необходимые коды выслать преподавателю.

Требования к прототипам реализуемых функций

Генерация выборки из нормального распределения

`X = gen_normal_sample(m, S, N)`

`m` – мат.ожидание, вектор-столбец длины `D`;

`S` – матрица ковариации, матрица размера `DxD`;

`N` – объем генерируемой выборки, число;

`X` – сгенерированные данные, матрица размера `NxD`.

Рисование линий уровня двумерной нормальной плотности

`plot_normal_contour(m, S, levels)`

`m` – мат.ожидание, вектор-столбец длины 2;

`S` – матрица ковариации, матрица размера `2x2`;

`levels` – линии уровня, измеряемые в количестве стандартных отклонений, вектор-столбец действительных чисел, по умолчанию = `[1 2 3]'`.

Создание модели генеральной совокупности

`m = create_model(K, param1, param2, ...)`

`K` – число классов;

`(param1, param2, ...)` – другие параметры модели (вид разделяющей поверхности, уровень шума, количество признаков и т.д.);

`m` – модель генеральной совокупности, структура.

Генерация выборки из модели генеральной совокупности

`[X, t] = gen_sample(m, N)`

`m` – модель генеральной совокупности, структура;

`N` – объем выборки, число;

`X` – сгенерированная выборка, матрица размера `NxD`;

t – метки классов для сгенерированной выборки, вектор-столбец длины N.

Рисование выборки

plot_sample(X, t)

X – выборка, матрица размера NxD;

t – метки классов для выборки, вектор-столбец длины N.

Рисование разделяющей поверхности классификатора

plot_curve(m, borders)

m – обученная модель классификации, структура или объект класса;

borders – [minX, minY, maxX, maxY] – границы области рисования по первому и второму признаку.

Рисование разделяющей поверхности байесовского классификатора

plot_bayes_curve(m, borders)

m – модель генеральной совокупности, структура;

borders – [minX, minY, maxX, maxY] – границы области рисования по первому и второму признаку.

Оценка байесовского уровня ошибки

err = bayes_error(m, N)

m – модель генеральной совокупности, структура;

N – количество объектов выборки, используемых в методе Монте Карло, число, по умолчанию = 100000;

err – байесовский уровень ошибки, число.

Вычисление характеристик ROC-кривой

[TPR, FPR, AUC] = calculate_roc(t, outputs)

t – метки классов тестовой выборки, вектор-столбец длины N;

outputs – голоса за первый класс, вектор-столбец длины N;

TPR – true positive rate, вектор-столбец длины B, где B – количество различных порогов;

FPR – false positive rate, вектор-столбец длины B;

AUC – значение AUC, число.

Общий интерфейс к процедуре обучения алгоритма классификации

m = alg_train(alg_type, X, t, param_name1, param_value1, ...)

alg_type – тип алгоритма классификации, строка, возможные значения 'knn', 'dt', 'svm';

X – обучающая выборка, матрица размера NxD;

T – метки классов для обучающей выборки, вектор-столбец длины N;

(param_name, param_value) – необязательный набор параметров классификатора, например:

 'NumNeighbors' – количество соседей в методе k ближайших соседей;

 'MinLeaf', 'MinParent' – минимальное число объектов в листе/узле дерева для решающего

дерева;

 'gamma', 'C' – параметр ядровой функции RBF и параметр регуляризации C в методе опорных векторов;

m – обученная модель классификации, структура или объект класса.

Общий интерфейс к процедуре прогнозирования алгоритма классификации

[t_predict, err, outputs] = alg_predict(m, X, t, use_auc)

m – обученная модель классификации, структура или объект класса;

X – тестовая выборка, матрица размера NxD;

t – метки классов для тестовой выборки, вектор-столбец длины N;

use_auc – флаг использования 1-AUC в качестве характеристики уровня ошибки, true или false;

t_predict – спрогнозированные метки классов для тестовой выборки, вектор-столбец длины N;

err – доля ошибок на тестовой выборке или 1-AUC, число;

outputs – оценки алгоритма за классы для каждого объекта выборки, матрица размера $N \times K$.

Проведение эксперимента из п.4 или п.6 с рисованием всех необходимых графиков

knn_experiment(X_{train} , t_{train} , X_{test} , t_{test} , use_auc, partition_type)

dt_experiment(X_{train} , t_{train} , X_{test} , t_{test} , use_auc, partition_type)

svm_experiment(X_{train} , t_{train} , X_{test} , t_{test} , use_auc, partition_type)

X_{train} – обучающая выборка, матрица размера $N \times D$;

t_{train} – метки классов для обучающей выборки, вектор-столбец длины N ;

X_{test} – тестовая выборка, матрица размера $N_{test} \times D$;

t_{test} – метки классов для тестовой выборки, вектор-столбец длины N_{test} ;

use_auc – флаг использования характеристики 1-AUC, true или false;

partition_type – вид кросс-валидации, строка, возможные значения '10-fold cv', '5x2-fold cv', 'LOO', 'bootstrap'.
