Вероятностные тематические модели
Лекция 4. Оценивание качества тематических моделей

К. В. Воронцов
vokov@forecsys.ru

Этот курс доступен на странице вики-ресурса
http://www.MachineLearning.ru/wiki
«Вероятностные тематические модели (курс лекций, К.В.Воронцов)»

МФТИ – ФИЦ ИУ РАН • 30 сентября 2021

Содержание

Напоминания. Задача тематического моделирования

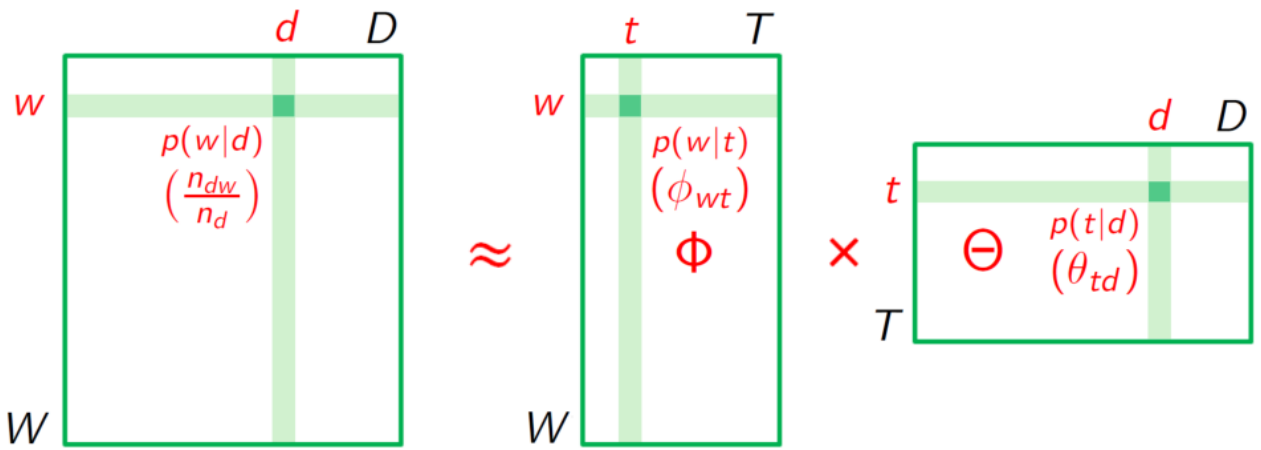
Дано: коллекция текстовых документов, $p(w|d) = \frac{n_{dw}}{n_d}$

Вероятностная тематическая модель:

$$p(w|d) = \sum_{t \in T} p(w|t)p(t|d) = \sum_{t \in T} \phi_{wt}\theta_{td}$$

Найти: параметры модели $\phi_{wt} = p(w|t)$, $\theta_{td} = p(t|d)$

Это задача стохастического матричного разложения:



Hofmann T. Probabilistic Latent Semantic Indexing. ACM SIGIR, 1999.
Blei D., Ng A., Jordan M. Latent Dirichlet Allocation. JMLR, 2003.

Напоминания. ARTM — аддитивная регуляризация

Максимизация логарифма правдоподобия с регуляризатором:

$$\sum_{d,w} n_{dw} \ln \sum_{t \in T} \phi_{wt}\theta_{td} + R(\Phi,\Theta) \to \max_{\Phi,\Theta}; \qquad R(\Phi,\Theta) = \sum_i \tau_i R_i(\Phi,\Theta)$$

EM-алгоритм: метод простой итерации для системы уравнений

$$\text{E-шаг:} \quad p_{tdw} \equiv p(t|d,w) = \underset{t \in T}{\text{norm}}\left(\phi_{wt}\theta_{td}\right)$$

$$\text{M-шаг:} \quad \begin{cases} \phi_{wt} = \underset{w \in W}{\text{norm}}\left(n_{wt} + \phi_{wt}\dfrac{\partial R}{\partial \phi_{wt}} \right), \quad n_{wt} = \sum\limits_{d \in D} n_{dw} p_{tdw} \\ \theta_{td} = \underset{t \in T}{\text{norm}}\left(n_{td} + \theta_{td}\dfrac{\partial R}{\partial \theta_{td}} \right), \quad n_{td} = \sum\limits_{w \in d} n_{dw} p_{tdw} \end{cases}$$

где $\underset{t \in T}{\text{norm}}(x_t) = \dfrac{\max\{x_t,0\}}{\sum\limits_{s \in T} \max\{x_s,0\}}$ — операция нормирования вектора.

Воронцов К. В. Аддитивная регуляризация тематических моделей коллекций текстовых документов. Доклады РАН, 2014.

Критерии качества тематических моделей

Внешние критерии:

- Полнота и точность тематического поиска
- Качество ранжирования при тематическом поиске
- Качество классификации / категоризации документов
- Качество суммаризации / сегментации документов
- Экспертные оценки качества тем

Внутренние критерии:

- Правдоподобие и перплексия
- Средняя когерентность (согласованность) тем
- Разреженность матриц Φ и Θ
- Различность тем
- Статистический тест условной независимости

Правдоподобие и перплексия (perplexity)

Правдоподобие языковой модели $p(w|d)$ (чем выше, тем лучше):

$$\mathscr{L}(\Phi,\Theta) = \sum_{d\in D}\sum_{w\in d} n_{dw} \ln p(w|d), \qquad p(w|d) = \sum_t \phi_{wt}\theta_{td}$$

Перплексия языковой модели $p(w|d)$ (чем меньше, тем лучше):

$$\mathcal{P}(D) = \exp\Big(-\frac{1}{n}\sum_{d\in D}\sum_{w\in d} n_{dw} \ln p(w|d)\Big), \quad n = \sum_{d\in D}\sum_{w\in d} n_{dw}$$

Интерпретация перплексии:

- если распределение $p(w|d) = \frac{1}{|W|}$ равномерное, то $\mathcal{P} = |W|$
- мера различности или неопределённости слов в тексте
- коэффициент ветвления (branching factor) текста

Перплексия тестовой (отложенной) коллекции

Проблема: перплексия может быть оптимистично занижена из-за *эффекта переобучения*.

Перплексия тестовой коллекции D' (hold-out perplexity):

$$\mathcal{P}(D') = \exp\Big(-\frac{1}{n''}\sum_{d\in D'}\sum_{w\in d''} n_{dw}\ln p(w|d)\Big), \quad n'' = \sum_{d\in D'}\sum_{w\in d''} n_{dw}$$

$d = d' \sqcup d''$ — случайное разбиение тестового документа на две половины равной длины;

параметры ϕ_{wt} оцениваются по обучающей коллекции D;
параметры θ_{td} оцениваются по первой половине d';
перплексия вычисляется по второй половине d''.

Интерпретируемость и когерентность

Тема интерпретируемая, если по топовым словам темы эксперт может определить, о чём эта тема, и дать ей название.

- Экспертные оценки:
  — интерпретируемость темы по балльной шкале;
  — каждую тему оценивают несколько экспертов.
- Метод интрузий (intrusion):
  — в список топовых слов внедряется лишнее слово;
  — измеряется доля ошибок экспертов его при определении

Нужна автоматически вычисляемая мера интерпретируемости, коррелирующая с экспертными оценками.

Ею оказалась *когерентность* (согласованность, coherence).

Newman D., Lau J.H., Grieser K., Baldwin T. Automatic evaluation of topic coherence // Human Language Technologies, HLT-2010, Pp. 100–108.

Эксперимент. Связь когерентности и интерпретируемости

Измерялась ранговая корреляция Спирмена между 15 метрикам и экспертными оценками интерпретируемости.

PMI — лучшая метрика.

Gold-standard — средняя корреляция Спирмена между оценками разных экспертов.

Resource	Method	Median	Mean
WordNet	HSO	0.15	0.59
	JCN	−0.20	0.19
	LCH	−0.31	−0.15
	LESK	0.53	0.53
	LIN	0.09	0.28
	PATH	0.29	0.12
	RES	0.57	0.66
	VECTOR	−0.08	0.27
	WUP	0.41	0.26
Wikipedia	RACO	0.62	0.69
	MIW	0.68	0.70
	DOCSIM	0.59	0.60
	PMI	**0.74**	**0.77**
Google	TITLES	0.51	
	LOGHITS	−0.19	
Gold-standard	IAA	0.82	0.78

Вывод: когерентность близка к «золотому стандарту».

Newman D., Lau J.H., Grieser K., Baldwin T. Automatic evaluation of topic coherence // Human Language Technologies, HLT-2010, Pp. 100–108.

Когерентность как внутренняя мера интерпретируемости

Когерентность (согласованность) темы t по k топовым словам:

$$\mathrm{PMI}_t = \frac{2}{k(k-1)} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^{k} \mathrm{PMI}(w_i, w_j)$$

где w_i — i-е слово в порядке убывания ϕ_{wt}.

$\mathrm{PMI}(u, v) = \ln \frac{|D| N_{uv}}{N_u N_v}$ — поточечная взаимная информация (pointwise mutual information),

N_{uv} — число документов, в которых слова u, v хотя бы один раз встречаются рядом (в окне 10 слов),

N_u — число документов, в которых u встретился хотя бы 1 раз.

Newman D., Lau J.H., Grieser K., Baldwin T. Automatic evaluation of topic coherence // Human Language Technologies, HLT-2010, Pp. 100–108.

Критерии разреженности матриц Φ и Θ

Разреженность — доля нулевых элементов в Φ и Θ

Однако ϕ_{wt} и θ_{td} не всегда разреживаются до нуля

- *Доля существенных слов* в темах (Word Ratio):

$$\mathrm{WR}_t = \frac{1}{|W|} \sum_{w \in W} \left[\phi_{wt} > \frac{1}{|W|}\right] \qquad \mathrm{WR} = \frac{1}{|T|} \sum_{t \in T} \mathrm{WR}_t$$

- *Доля существенных тем* в документах (Document Ratio):

$$\mathrm{DR}_d = \frac{1}{|T|} \sum_{t \in T} \left[\theta_{td} > \frac{1}{|T|}\right] \qquad \mathrm{DR} = \frac{1}{|D|} \sum_{d \in D} \mathrm{DR}_d$$

Естественная разреженность матриц Φ и Θ в экспериментах:

- $\mathrm{WR} = 3.5\%$, $\mathrm{DR} = 11.5\%$
- Если оставить слова w: $\phi_{wt} > \frac{1}{|W|}$ хотя бы в одной теме, то *сокращение словаря* (vocabulary reduction): 154 K $\to$ 8 K

Koltcov S., Koltsova O., Nikolenko S. Latent Dirichlet Allocation: Stability and applications to studies of user-generated content. ACM WebSci, 2014.

Лексическое ядро, чистота и контрастность темы

Лексическое ядро W_t *темы* t, варианты определения:

- W_t — top-k термов с наибольшими значениями $p(w|t)$
- $W_t = \{w : p(w|t) > p(w)\}$
- $W_t = \{w : p(w|t) > \frac{1}{|W|}\}$ [Кольцов и др., 2014]
- $W_t = \{w : p(t|w) > 0.25\}$ [Воронцов, Потапенко, 2014]

Характеристики лексического ядра темы:

- $|W_t|$ — *размер ядра* темы, ориентировочно $|W_t| \sim \frac{|W|}{|T|}$
- $\sum_{w \in W_t} p(w|t)$ — *чистота* темы, из $[0,1]$, лучше больше
- $\frac{1}{|W_t|} \sum_{w \in W_t} p(t|w)$ — *контрастность* темы, $[0,1]$, лучше больше
- $\frac{1}{|W_t|} \sum_{w \in W_t} \log \frac{p(w|t)}{p(w)}$ — logLift, лучше больше [Taddy, 2012]

Vorontsov K. V., Potapenko A. A. Tutorial on Probabilistic Topic Modeling: Additive Regularization for Stochastic Matrix Factorization. AIST, 2014.

Критерии различности тем

Среднее расстояние от темы t до ближайшей к ней темы

$$\text{minDist}_t = \min_{s \in T \setminus t} \rho(\phi_t, \phi_s) \qquad \text{minDist} = \frac{1}{|T|} \sum_{t \in T} \text{minDist}_t$$

Расстояния между вероятностными распределениями (от 0 до 1):

- $\rho(\phi_t, \phi_s) = 1 - \frac{\sum_w \phi_{ws}\phi_{wt}}{\left(\sum_w \phi_{ws}^2\right)^{1/2}\left(\sum_w \phi_{wt}^2\right)^{1/2}}$ — косинусное
- $\rho(\phi_t, \phi_s) = |W_t \cap W_s| : |W_t \cup W_s|$ — Жаккара
- $\rho(\phi_t, \phi_s) = \frac{1}{2}\sum_w \left(\sqrt{\phi_{ws}} - \sqrt{\phi_{wt}}\right)^2$ — Хеллингера

Дивергенции — несимметричные меры «вложенности» ϕ_t в ϕ_s:

- $\rho(\phi_t, \phi_s) = \sum_w \phi_{wt} \ln\left(\frac{\phi_{wt}}{\phi_{ws}}\right)$ — Кульбака–Лейблера
- $\rho(\phi_t, \phi_s) = \frac{1}{\lambda(\lambda+1)} \sum_w \phi_{wt}\left(\left(\frac{\phi_{wt}}{\phi_{ws}}\right)^\lambda - 1\right)$ — Кресси–Рида

Критерии вырожденности тематической модели

Тематичность терма (чем выше кросс-энтропия, тем тематичнее):

$$H(w) = -\sum_{t \in T} p(t) \ln p(t|w)$$

Доля нетематичных термов:

- $\frac{1}{|W|} \sum_w \left[H(w) < H_0 \right]$ — в словаре W
- $\frac{1}{n_d} \sum_w n_{dw} \left[H(w) < H_0 \right]$ — в документе d
- $\frac{1}{n} \sum_d \sum_w n_{dw} \left[H(w) < H_0 \right]$ — в коллекции D

Доля фоновых термов (при сглаживании фоновых тем $B \subset T$):

- $\frac{1}{|W|} \sum_w \sum_{t \in B} p(t|w)$ — в словаре W
- $\sum_{t \in B} p(t|d)$ — в документе d
- $\frac{1}{n} \sum_d n_d \sum_{t \in B} p(t|d)$ — в коллекции D

Напоминание. Регуляризаторы сглаживания и разреживания

Общий вид регуляризаторов сглаживания и разреживания:

$$R(\Phi,\Theta) = \sum_{t\in T}\sum_{w\in W} \beta_{wt} \ln \phi_{wt} + \sum_{d\in D}\sum_{t\in T} \alpha_{td} \ln \theta_{td} \to \max,$$

где $\beta_0 > 0$, $\alpha_0 > 0$ — коэффициенты регуляризации,
β_{wt}, α_{td} — параметры, задаваемые пользователем:

- $\beta_{wt} > 0$, $\alpha_{td} > 0$ — сглаживание
- $\beta_{wt} < 0$, $\alpha_{td} < 0$ — разреживание
- $\beta_{wt} > -1$, $\alpha_{td} > -1$ — модель LDA

Возможные применения сглаживания и разреживания:

- задать фоновые темы с общей лексикой языка
- задать шумовую тему для нетематичных термов
- задать псевдо-документ с ключевыми термами темы
- скорректировать состав термов и документов темы

Напоминание. Регуляризатор декоррелирования тем

Цель: сделать темы как можно более различными, выделить для каждой темы *лексическое ядро* — набор термов, отличающий её от других тем.

Минимизируем ковариации между вектор-столбцами ϕ_t:

$$R(\Phi) = -\frac{\tau}{2} \sum_{t \in T} \sum_{s \in T \setminus t} \sum_{w \in W} \phi_{wt} \phi_{ws} \to \max.$$

Подставляем, получаем ещё один вариант разреживания — постепенное контрастирование строк матрицы Φ (малые вероятности ϕ_{wt} в строке становятся ещё меньше):

$$\phi_{wt} = \underset{w \in W}{\text{norm}} \left(n_{wt} - \tau \phi_{wt} \sum_{s \in T \setminus t} \phi_{ws} \right).$$

Tan Y., Ou Z. Topic-weak-correlated latent Dirichlet allocation. 2010.

Напоминание. Разреживающий регуляризатор для отбора тем

Цель: избавиться от незначимых тем (topic selection).

Разреживаем распределение $p(t) = \sum_d p(d)\theta_{td}$, максимизируя кросс-энтропию между $p(t)$ и равномерным распределением:

$$R(\Theta) = -\tau \sum_{t \in T} \ln \sum_{d \in D} p(d)\theta_{td} \to \max.$$

Подставляем, получаем:

$$\theta_{td} = \underset{t \in T}{\text{norm}}\left(n_{td} - \tau \frac{n_d}{n_t}\theta_{td}\right), \text{ вариант: } \theta_{td} = \underset{t \in T}{\text{norm}}\left(n_{td}\left(1 - \frac{\tau}{n_t}\right)\right).$$

Эффект: обнуляются строки матрицы Θ с малыми n_t, заодно (неожиданно) удаляются зависимые и расщеплённые темы.

Vorontsov K. V., Potapenko A. A., Plavin A. V. Additive Regularization of Topic Models for Topic Selection and Sparse Factorization. SLDS 2015.

Разреживание, сглаживание, декоррелирование, отбор тем

M-шаг при комбинировании 6 регуляризаторов:

$$\phi_{wt} = \underset{w}{\text{norm}}\Big(n_{wt} + \tau_1 \underbrace{\beta_w[t \in B]}_{\substack{\text{сглаживание}\\ \text{фоновых}\\ \text{тем}}} - \tau_2 \underbrace{\beta_w[t \in S]}_{\substack{\text{разреживание}\\ \text{предметных}\\ \text{тем}}} - \tau_3 \underbrace{\phi_{wt} \sum_{s \in S \setminus t} \phi_{ws}}_{\text{декоррелирование}} \Big)$$

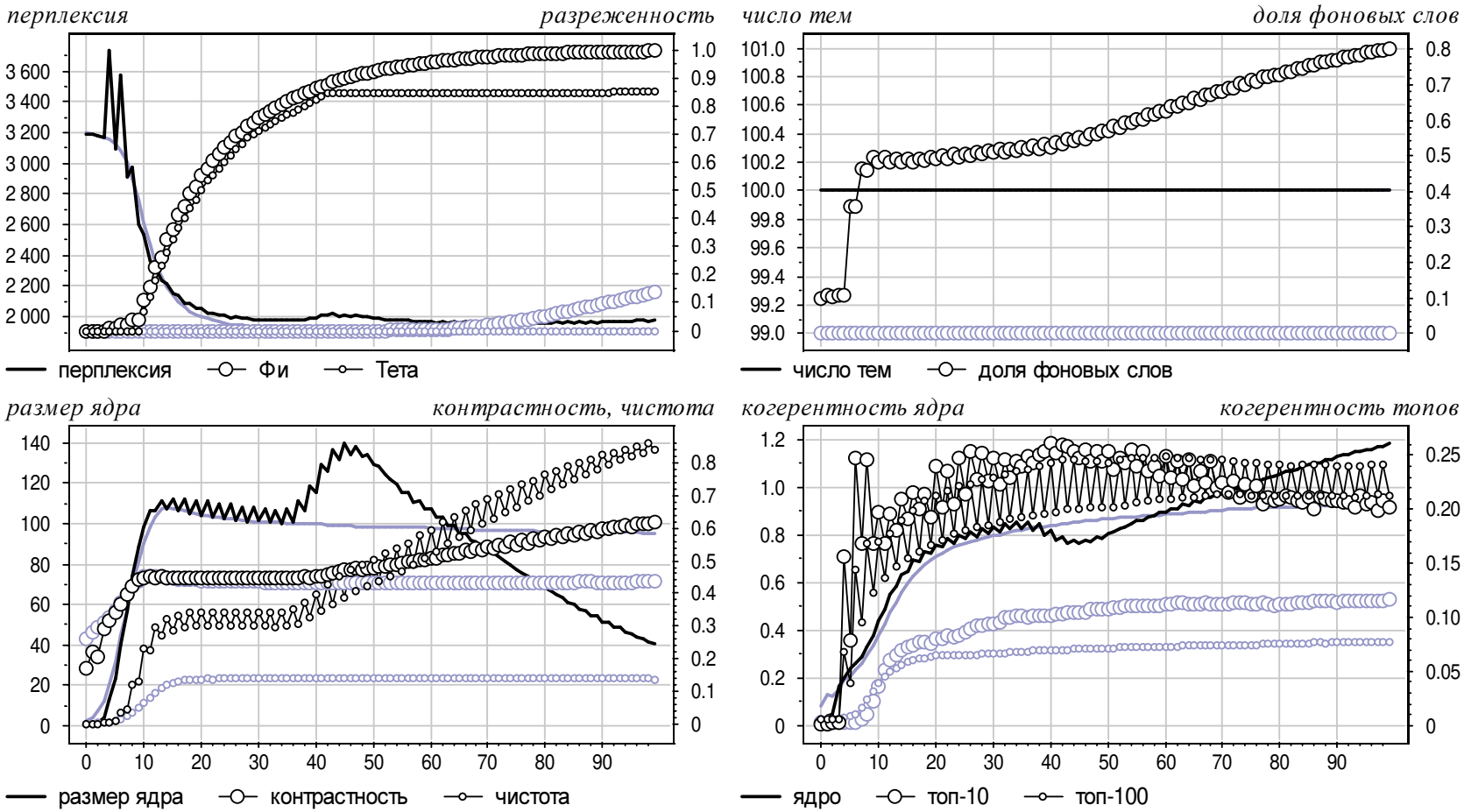
$$\theta_{td} = \underset{t}{\text{norm}}\Big(n_{td} + \tau_4 \underbrace{\alpha_t[t \in B]}_{\substack{\text{сглаживание}\\ \text{фоновых}\\ \text{тем}}} - \tau_5 \underbrace{\alpha_t[t \in S]}_{\substack{\text{разреживание}\\ \text{предметных}\\ \text{тем}}} - \tau_6 \underbrace{\frac{n_d}{n_t}\theta_{td}}_{\substack{\text{удаление}\\ \text{малых тем}}} \Big)$$

Данные: статьи NIPS (Neural Information Processing System)
$|D| = 1566$ статей, $n = 2.3\,\text{M}$, $|W| = 13\,\text{K}$,
контрольная коллекция: $|D'| = 174$.

Vorontsov K. V., Potapenko A. A. Tutorial on Probabilistic Topic Modeling: Additive Regularization for Stochastic Matrix Factorization. AIST'2014.

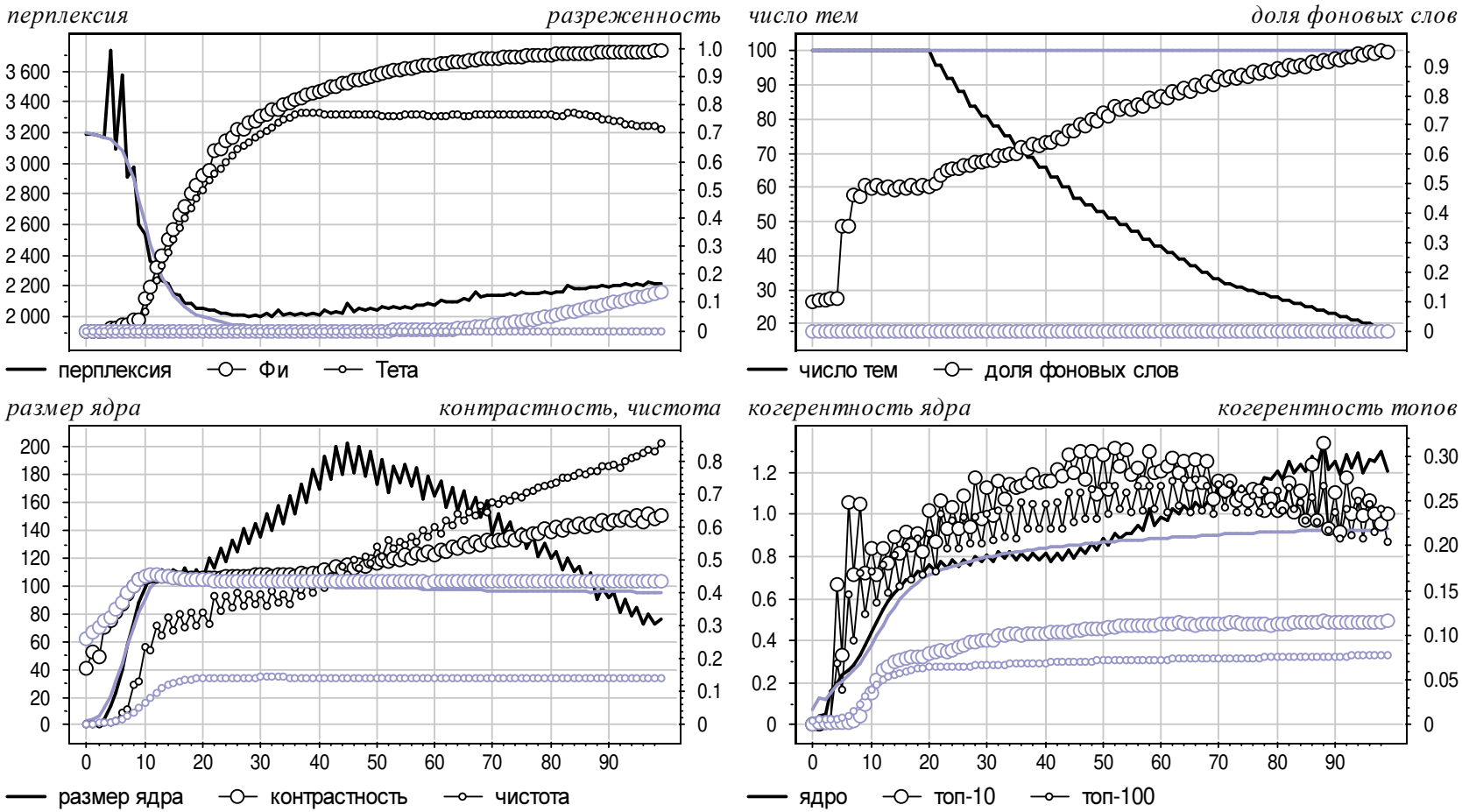
Разреживание, сглаживание, декоррелирование

Зависимости критериев качества от итераций EM-алгоритма (серый — PLSA, чёрный — ARTM)



Те же регуляризаторы, плюс отбор тем

Зависимости критериев качества от итераций EM-алгоритма (серый — PLSA, чёрный — ARTM)



Выводы по результатам экспериментов

Одновременное улучшение многих критериев качества
при незначительной деградации *перплексии* (правдоподобия):

- *разреженность* выросла от 0 до 95%–98%
- *когерентность тем* выросла от 0.1 до 0.3
- *чистота тем* выросла от 0.15 до 0.8
- *контрастность тем* выросла от 0.4 до 0.6

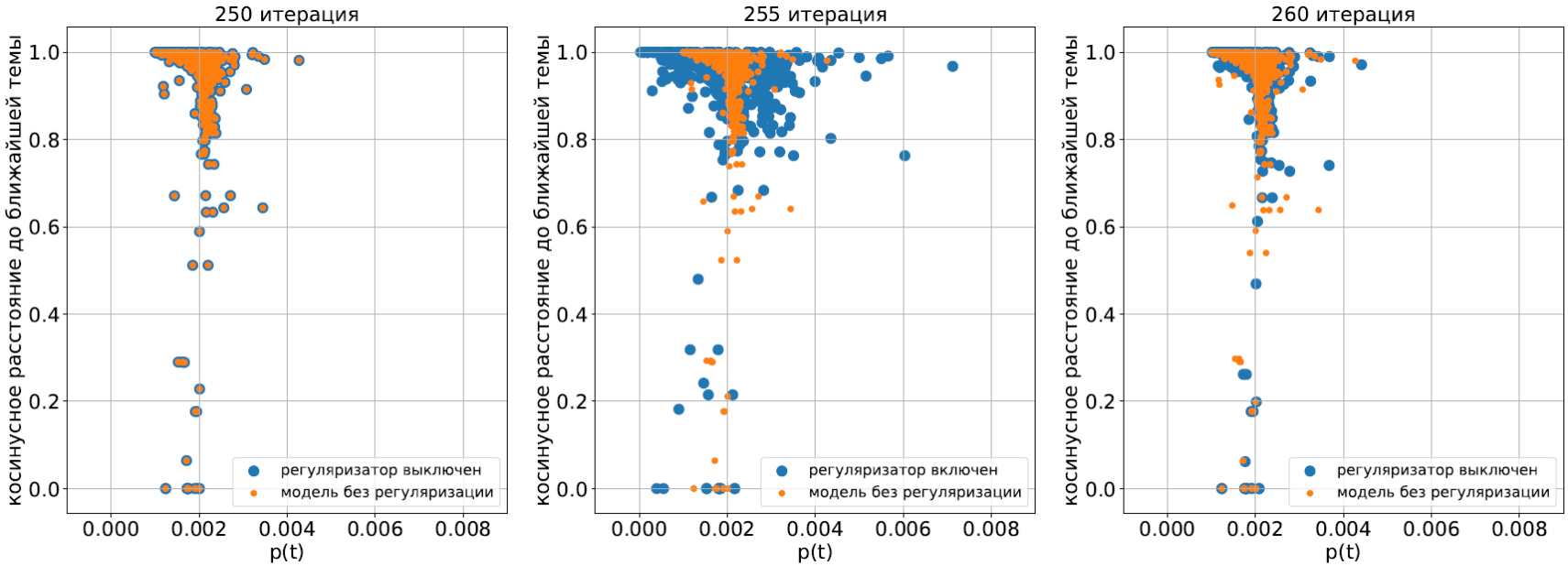
Рекомендации по выбору *траектории регуляризации*:

- разреживание включать постепенно после 10-20 итераций
- сглаживание включать сразу
- декоррелирование включать сразу и как можно сильнее
- отбор тем включать постепенно,
- не совмещая с декоррелированием на одной итерации

Проблема малых тем и тем-дубликатов

Эксперимент на коллекции postnauka.ru, $|T| = 500$

- Регуляризатор отбора тем плохо устраняет дубликаты
- Самой модели не выгодно производить малые темы

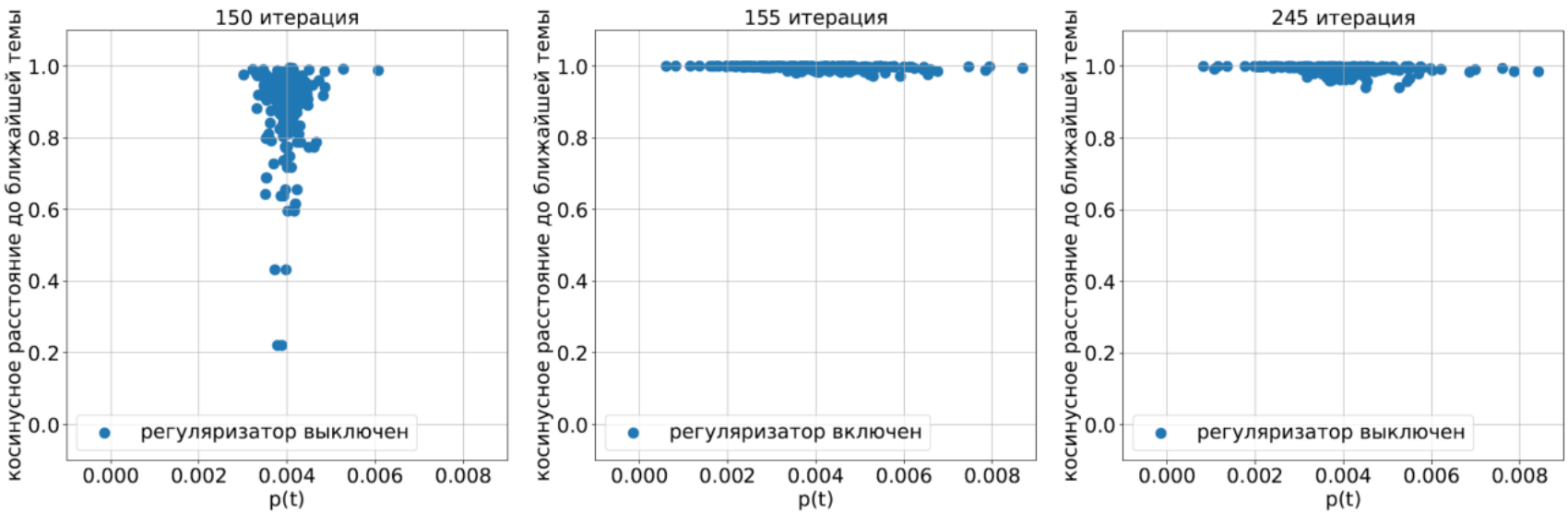


Г.Фоминская. Выявление тем-дубликатов в тематических моделях. Курсовая работа, ВМК МГУ, 2018.

Проблема малых тем и тем-дубликатов

Эксперимент на коллекции postnauka.ru, $|T| = 250$

- Регуляризатор декоррелирования удаляет дубликаты лучше
- Заодно он усиливает разброс тем по их мощности $p(t)$

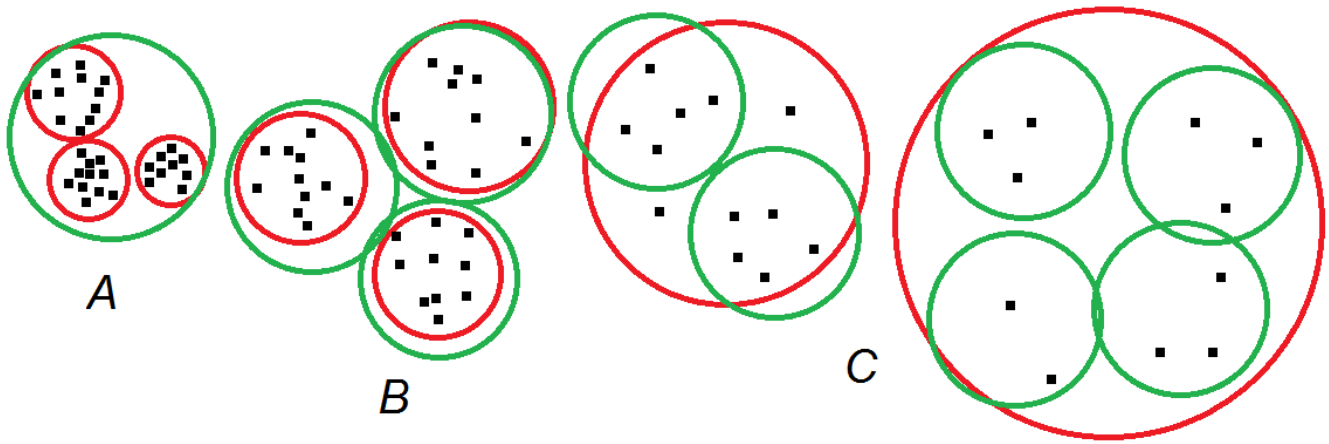


Г.Фоминская. Выявление тем-дубликатов в тематических моделях. Курсовая работа, ВМК МГУ, 2018.

Проблема расщепления и слияния тем

Тема — кластер на единичном симплексе размерности $|W| - 1$ с центром $p(w|t)$ и точками $p(w|t,d)$, $d \in D: \theta_{td} > 0$

- Тематические модели стремятся выравнивать темы по их мощности (красные кластеры).
- Это приводит к появлению тем-дубликатов (A) и семантически разнородных тем (C).
- Выравнивание тем по *радиусу семантической однородности* (зелёные кластеры) должно решать обе проблемы.



Гипотеза условной независимости

$$\left.\begin{aligned} p(w|d,t) &= p(w|t) \\ p(d|w,t) &= p(d|t) \\ p(w,d|t) &= p(w|t)\,p(d|t) \end{aligned}\right\} \text{три эквивалентных представления}$$

Гипотеза семантической однородности темы t

— в теме t термы и документы порождаются независимо:

$$H_0(t): \quad \hat{p}(w,d|t) \sim p(w|t)\,p(d|t)$$

Гипотеза согласованности документа d с темой t

— термы темы t порождаются независимо от документов:

$$H_0(t,d): \quad \hat{p}(w|d,t) \sim p(w|t)$$

Гипотеза согласованности терма w с темой t

— тема t распределена по документам независимо от термов:

$$H_0(t,w): \quad \hat{p}(d|w,t) \sim p(d|t)$$

Мера семантической неоднородности темы t в коллекции

Статистика для проверки гипотезы $H_0(t)$:

$$S_t = \mathrm{KL}\big(\hat{p}(w,d|t) \,\big\|\, p(w|t)p(d|t)\big) = \sum_{d,w} \hat{p}(w,d|t) \ln \frac{\hat{p}(w,d|t)}{p(w|t)p(d|t)}$$

По определению условной вероятности и формуле E-шага:

$$\frac{\hat{p}(w,d|t)}{p(w|t)\,p(d|t)} = \frac{p(t|d,w)\,\hat{p}(w|d)\,\frac{p(d)}{p(t)}}{p(w|t)\,p(t|d)\,\frac{p(d)}{p(t)}} = \frac{p_{tdw}}{\phi_{wt}\theta_{td}}\hat{p}(w|d) = \frac{\hat{p}(w|d)}{p(w|d)}$$

$$S_t = \sum_{d\in D}\sum_{w\in d} \frac{n_{tdw}}{n_t} \ln \frac{\hat{p}(w|d)}{p(w|d)} = \operatorname*{avg}_{d,w}\left(n_{tdw}, \ln \frac{\hat{p}(w|d)}{p(w|d)}\right),$$

где $\operatorname*{avg}_{i\in I}(\gamma_i, x_i) = \dfrac{\sum_{i\in I}\gamma_i x_i}{\sum_{i\in I}\gamma_i}$ — средневзвешенное x_i с весами γ_i

---

Mimno D., Blei D. Bayesian checking for topic models. 2011.

Мера несогласованности документа d с темой t

Статистика для проверки гипотезы $H_0(d,t)$:

$$S_{td} = \mathrm{KL}\big(\hat{p}(w|d,t) \,\big\|\, p(w|t)\big) = \sum_{w \in d} \hat{p}(w|d,t) \ln \frac{\hat{p}(w|d,t)}{p(w|t)}$$

По определению условной вероятности и формуле E-шага:

$$\frac{\hat{p}(w|d,t)}{p(w|t)} = \frac{p(t|d,w)\,\hat{p}(w|d)\,\cancel{p(d)}}{p(w|t)\,p(t|d)\,\cancel{p(d)}} = \frac{p_{tdw}}{\phi_{wt}\theta_{td}}\hat{p}(w|d) = \frac{\hat{p}(w|d)}{p(w|d)}$$

$$S_{td} = \sum_{w \in d} \frac{n_{tdw}}{n_{td}} \ln \frac{\hat{p}(w|d)}{p(w|d)} = \underset{w \in d}{\mathrm{avg}} \left(n_{tdw}, \ln \frac{\hat{p}(w|d)}{p(w|d)} \right)$$

Возможные применения меры несогласованности S_{td}:

- выделение документов, наиболее релевантных теме
- выявление нетематизируемых «грязных» документов
- ранняя остановка итераций по документу

Мера несогласованности терма w с темой t

Статистика для проверки гипотезы $H_0(w,t)$:

$$S_{wt} = \mathrm{KL}\big(\hat{p}(d|w,t) \,\big\|\, p(d|t)\big) = \sum_{d\in D} \hat{p}(d|w,t) \ln \frac{\hat{p}(d|w,t)}{p(d|t)}$$

По определению условной вероятности и формуле E-шага:

$$\frac{\hat{p}(d|w,t)}{p(d|t)} = \frac{p(t|d,w)\,\hat{p}(w|d)\,\cancel{p(d)}}{p(w|t)\,\cancel{p(t)}\,p(t|d)\frac{\cancel{p(d)}}{\cancel{p(t)}}} = \frac{p_{tdw}}{\phi_{wt}\theta_{td}}\hat{p}(w|d) = \frac{\hat{p}(w|d)}{p(w|d)}$$

$$S_{wt} = \sum_{d\in D} \frac{n_{tdw}}{n_{wt}} \ln \frac{\hat{p}(w|d)}{p(w|d)} = \operatorname*{avg}_{d\in D}\left(n_{tdw}, \ln \frac{\hat{p}(w|d)}{p(w|d)}\right)$$

Возможные применения меры несогласованности S_{wt}:

- выделение семантического ядра темы
- выделение термов общеупотребительной лексики
- формирование начальных приближений новых тем

Средневзвешенные статистики с произвольной функцией потерь

При $\ell(d,w) = \ln \frac{\hat{p}(w|d)}{p(w|d)}$ — рассмотренные выше *KL-статистики*:

$S_t = \operatorname{avg}_{d,w}\big(n_{tdw}, \ell(d,w)\big)$ — неоднородность темы в коллекции

$S_{td} = \operatorname{avg}_{w\in d}\big(n_{tdw}, \ell(d,w)\big)$ — несогласованность документа с темой

$S_{wt} = \operatorname{avg}_{d\in D}\big(n_{tdw}, \ell(d,w)\big)$ — несогласованность терма с темой

При $\ell(d,w) = \ln \frac{1}{p(w|d)}$ — *перплексия* (чем меньше, тем лучше):

$\ln \mathscr{P} = \operatorname{avg}_{d,w,t}\big(n_{tdw}, \ell(d,w)\big) = \operatorname{avg}_{d,w}\big(n_{dw}, \ell(d,w)\big)$ — коллекции

$\ln \mathscr{P}_d = \operatorname{avg}_{w,t}\big(n_{tdw}, \ell(d,w)\big) = \operatorname{avg}_{w\in d}\big(n_{dw}, \ell(d,w)\big)$ — документа

$\ln \mathscr{P}_t = \operatorname{avg}_{d,w}\big(n_{tdw}, \ell(d,w)\big)$ — темы t

$\ln \mathscr{P}_{td} = \operatorname{avg}_{w\in d}\big(n_{tdw}, \ell(d,w)\big)$ — темы t в документе d

Функции потерь, ослабляющие мощность стат. критерия

Условная независимость — избыточно сильное предположение:

- в каждом документе может использоваться лишь часть аспектов темы и, соответственно, лишь часть слов темы
- явление повторяемости слов (word burstiness):
  если слово встретилось в тексте один раз,
  то оно с большой вероятностью встретится ещё

Статистики S_t, S_{td}, S_{wt}, толерантные к повторяемости слов:

- игнорирование частот термов: замена $n_{dw} \to 1$, $n_{tdw} \to p_{tdw}$
- бинарная функция потерь $\ell(d,w) = \left[p(w|d) < \frac{\alpha}{n_d}\right]$
  с параметром $\alpha \approx 1$

Тогда средневзвешенные статистики $S_t, S_{td}, S_{wt} \in [0,1]$ выражают долю термов темы t, для которых модель предсказывает слишком малую вероятность.

Doyle G., Elkan C. Accounting for burstiness in topic models. 2009.

Применения оценок семантической однородности

Аномально высокие значения статистик:

- Определение перемешанных тем для расщепления
- Определение общеупотребительных слов в темах
- Определение плохо тематизируемых документов
- Распознавание наличия новой темы в документе
- Выделение термов для инициализации новой темы

Аномально низкие значения статистик:

- Выделение термов лексического ядра темы
- Выделение наиболее тематичных фраз/документов темы
- Выделение термов шаблонных фраз в темах

Нормальные значения статистик:

- Определение числа тем в коллекции
- Подрезание многоуровневой тематической иерархии
- Моделирование тематически несбалансированных коллекций

Регуляризатор семантической однородности

Минимизация суммарной семантической неоднородности тем:

$$\sum_{t\in T} S_t = \sum_{d\in D}\sum_{w\in d}\left(\sum_{t\in T}\frac{n_{tdw}}{n_t}\right)\ln\frac{\hat{p}(w|d)}{p(w|d)} \;\to\; \min_{\Phi,\Theta}$$

Регуляризатор в сумме с log-правдоподобием, $\beta_{dw} = \sum_t \frac{p_{tdw}}{p_t}$ (увеличение веса β_{dw} для термов из редких тем):

$$\sum_{d\in D}\sum_{w\in d} n_{dw}\left(1+\tau\beta_{dw}\right)\ln\sum_{t\in T}\phi_{wt}\theta_{td} + R(\Phi,\Theta) \;\to\; \max_{\Phi,\Theta}$$

Модифицированный EM-алгоритм

$$p_{tdw} = \underset{t\in T}{\text{norm}}\left(\phi_{wt}\theta_{td}\right) \qquad \beta_{dw} = \sum_t \frac{p_{tdw}}{p_t}$$

$$\phi_{wt} = \underset{w\in W}{\text{norm}}\left(\sum_d \tilde{n}_{dw} p_{tdw} + \phi_{wt}\frac{\partial R}{\partial \phi_{wt}}\right) \qquad \tilde{n}_{dw} = n_{dw}(1+\tau\beta_{dw})$$

$$\theta_{td} = \underset{t\in T}{\text{norm}}\left(\sum_w \tilde{n}_{dw} p_{tdw} + \theta_{td}\frac{\partial R}{\partial \theta_{td}}\right) \qquad p_t = \frac{1}{n}\sum_{dw} n_{dw} p_{tdw}$$

Резюме

- Построение BTM — задача многокритериальная, критерии качества с разных сторон оценивают модель
- ARTM позволяет улучшать сразу несколько критериев, ценой незначительного ухудшения перплексии
- Сглаживание + разреживание + декоррелирование — часто используемая комбинация регуляризаторов
- Другие регуляризаторы — в следующих лекциях

Открытые проблемы

- Построение моделей с несбалансированными темами
- Обнаружение новых тем и их добавление в модель
- Оптимальный выбор траектории регуляризации