Алгоритм повышения качества смазанных снимков для GPU

А. А. Тихонов[1]

[1]МГУ, ВМК, каф. ММП

Доклад на спецсеминаре
«Байесовские методы машинного обучения»

Содержание

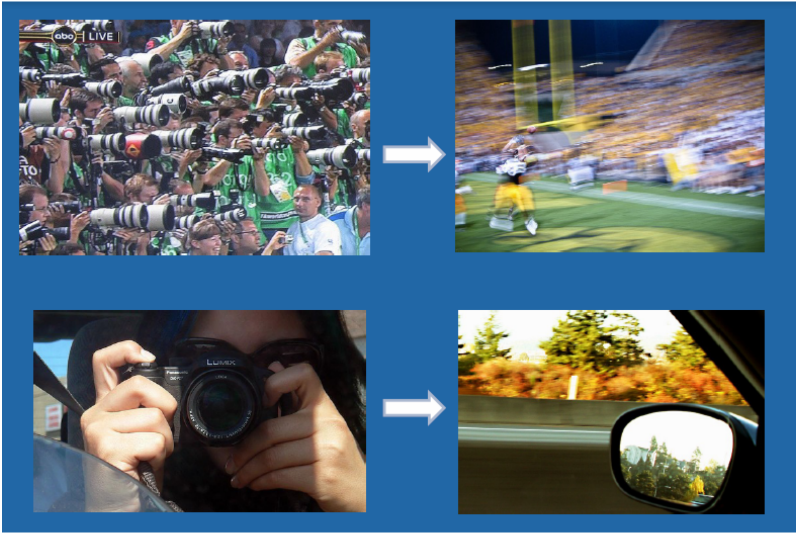
Проект выполняется в рамках
«Всероссийской молодежной школы по суперкомьютерным технологиям».
Задание предложено компанией NVIDIA.
Кураторы проекта — А. В. Боресков и М. Смирнов

http://school.hpc-russia.ru/

Содержание


睇到女人定係
愛斯基摩人?

Содержание


abc LIVE
LUMIX

Причинами смазанности могут выступать различные факторы:

- Движение камеры в процессе съемки изображения;
- Съемка на длинной выдержке, когда сцена сама претерпевает изменения;
- Расфокусированность оптики;
- Использование широкоугольных объективов;
- Атмосферная турбулентность;
- Съемка на короткой выдержка, что не позволяет захватить достаточно фотонов;
- Рассеяннние света в конфокальной микроскопии;

Содержание

Общепринятая модель размытия — свертка

$$\mathbf{I} = \mathbf{L} \otimes \mathbf{f} + \mathbf{n};$$

$\mathbf{n}$ — шум

Blur Model

Blurred image I

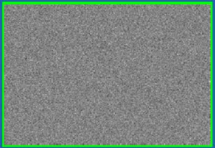
=

Sharp image L

$\otimes$

Blur kernel f

+



Camera Noise n

Содержание

Non-blind deconvolution

Blind deconvolution

Фильтр Винера из обработки сигналов

$$y(t) = h(t) \otimes x(t) + v(t);$$

$x(t)$ — входной сигнал в момент времени t
$h(t)$ — известный импульсный отклик линейной инвариантной к сдвигу во времени системы
$v(t)$ — шум, не зависящий от $x(t)$
$y(t)$ — наблюдаемый сигнал

Цель — найти такую $g(t)$, что можно вычислить приближение $x(t)$:

$$\hat{x}(t) = g(t) \otimes y(t);$$

Причем ищем такое $\hat{x}(t)$, которое минимизирует матожидание квадрата отклонения от $x(t)$.

Фильтр Винера дает такой ответ:

$$G(f) = \frac{H^*(f)S(f)}{|H(f)|^2 S(f) + N(f)};$$

Где:
— $G(f)$ и $H(f)$ есть образы Фурье соответственно g и h, где f
— некоторая частота
— $S(f)$ — средняя спектральная плотность входного сигнала $x(t)$
— $N(f)$ — средняя спектральная плотность шума $v(t)$
— под знаком $*$ понимается комплексное сопряжение

Смысл работы фильтра Винера:

$$G(f) = \frac{1}{H(f)}\left[\frac{|H(f)|^2}{|H(f)|^2 + \frac{N(f)}{S(f)}}\right];$$

Неизвестные спектральные плотности на практике часто удается оценить/приблизить.

Хотим минимизировать среднеквадратичную ошибку:

$$\epsilon(f) = \mathbb{E}\left|X(f) - \hat{X}(f)\right|^2$$

$$\begin{aligned}
\epsilon(f) &= \mathbb{E}\left|X(f) - G(f)Y(f)\right|^2 \\
&= \mathbb{E}\left|X(f) - G(f)\left[H(f)X(f) + V(f)\right]\right|^2 \\
&= \mathbb{E}\Big|\left[1 - G(f)H(f)\right]X(f) - G(f)V(f)\Big|^2 \\
\epsilon(f) &= \Big[1 - G(f)H(f)\Big]\Big[1 - G(f)H(f)\Big]^* \mathbb{E}|X(f)|^2 \\
&+ \Big[1 - G(f)H(f)\Big]G^*(f)\,\mathbb{E}\Big\{X(f)V^*(f)\Big\} \\
&+ G(f)\Big[1 - G(f)H(f)\Big]^* \mathbb{E}\Big\{V(f)X^*(f)\Big\} \\
&+ G(f)G^*(f)\,\mathbb{E}|V(f)|^2
\end{aligned}$$

Шум не зависит от сигнала:

$$\mathbb{E}\Big\{X(f)V^*(f)\Big\} = \mathbb{E}\Big\{V(f)X^*(f)\Big\} = 0$$

Спектральные плотности определим так:

$$S(f) = \mathbb{E}|X(f)|^2 \quad N(f) = \mathbb{E}|V(f)|^2$$

Итого:

$$\epsilon(f) = \Big[1 - G(f)H(f)\Big]\Big[1 - G(f)H(f)\Big]^* S(f) \\ + G(f)G^*(f)N(f)$$

Чтобы ошибка была минимальна, дифференцируем по $G(f)$ и приравниваем к нулю.

$$\frac{d\epsilon(f)}{dG(f)} = G^*(f)N(f) - H(f)\Big[1 - G(f)H(f)\Big]^* S(f) = 0;$$

$$G(f) = \frac{H^*(f)S(f)}{|H(f)|^2 S(f) + N(f)};$$

Пример работы фильтра Винера

$$G(f) = \frac{H^*(f)}{|H(f)|^2 + r(f)} G_0(f);$$

Существуют и другие аналогичные фильтры. По сути есть байесовская регуляризация решения. Регуляризация необходима вследствие «некорректности» задачи восстановления. В [5] подробно излагается, что тут возможны два способа регуляризации — согласно байесовскому выводу и по Тихонову. Оба вводят априорные знания: байесовская (вероятностная) — о плотности распределения всех изображений-кандидатов, давая приоритет более вероятным, по Тихонову (детерминисткая) — некий специальный энергетический функционал (к примеру, $a||u||^2$).

Алгоритм Люси-Ричардсона

Пиксели наблюдаемого изображения могут быть выражены с помощью ядра и скрытого изображения:

$$d_i = \sum_j p_{ij} u_j$$

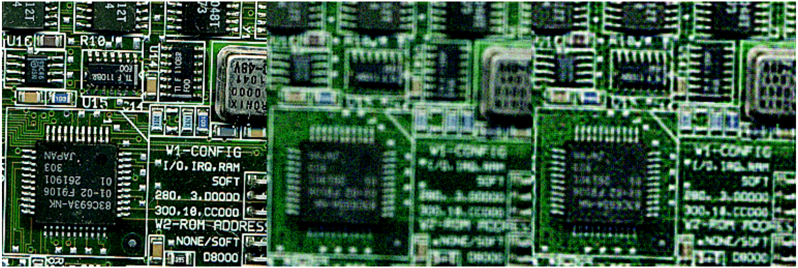
где p_{ij} есть пиксель ядра, u_j — яркость j-го пикселя скрытого изображения, а d_i — наблюдаемая яркость i-го пикселя.

Идея метода в попытке найти наиболее вероятные значения u_j, имея значения d_i и p_{ij}. Это дает уравнения для u_j, которые решаются итеративно по формуле:

$$u_j^{(t+1)} = u_j^{(t)} \sum_i \frac{d_i}{c_i} p_{ij}$$

Здесь $c_i = \sum_j p_{ij} u_j^{(t)}$.
Эмпирически показано [3], что если метод сходится, то он сходится к ответу с наибольшим правдоподобием.
Если ядро не так тривиально, имеет один и более неизвестный параметр, метод перестает работать.

Пример работы метода Люси-Ричардсона:



На практике ядро неизвестно почти всегда. Поэтому давно идут попытки оценить его так или иначе.
Придуманы аппаратные устройства, позволяющие оценить ядро (два отдельных кадра, кадры с разной фокусировкой, освещенностью, парные камеры, фото + видео и т. д.), многие программные методы также требуют дополнительной.

Пример аппаратного устройства [?]:

Пример его работы:

Все это неудобно, и обычно неприменимо из-за дороговизны и сложности. Поэтому важной задачей является построение хорошего универсального алгоритма, который сможет оценить ядро и затем восстановить изображение по одному изображению.

Один из лучших с точки зрения качества алгоритм такого рода описан в [1]. Он представляет собой двухшаговый итерационный процесс, одна из итераций которого восстанавливает картинку для некоторого приближения ядра, а другая производит уточнение этого ядра по полученному на первом шаге снимку.

Содержание

По формуле условной вероятности:

$$p(\mathbf{L}, \mathbf{f} | \mathbf{I}) \propto p(\mathbf{I} | \mathbf{L}, \mathbf{f}) p(\mathbf{L}) p(\mathbf{f});$$

Теперь рассмотрим каждый множитель.

Шум $\mathbf{n}$ — одинаковое распределение (нормальное) для всех пикселей изображения. Подсчитываем правдоподобие изображения-кандидата на основе значений шума (вычисленных как разность этого изображения $\mathbf{I}$ и известного наблюдаемого $\mathbf{L}$) и его первых и вторых градиентов.

$$p(\mathbf{I}|\mathbf{L},\mathbf{f}) = \prod_{\partial^* \in \Theta} \prod_i \mathcal{N}(\partial^* n_i | 0, \zeta_{\kappa(\partial^*)}) = \prod_{\partial^* \in \Theta} \prod_i \mathcal{N}(\partial^* I_i | \partial^* I_i^c, \zeta_{\kappa(\partial^*)});$$

Θ — множество производных ($\Theta = (\partial^0, \partial_x, \partial_y, \partial_{xx}, \partial_{xy}, \partial_{yy})$), I_i^c — i-й пиксель изображения $\mathbf{I^c} = \mathbf{L} \otimes \mathbf{f}$.

Априорная вероятность конфигурации ядра свертки $p(\mathbf{f})$ выбрана таким образом, чтобы оно было разреженным, соответственно движению камеры:

$$p(\mathbf{f}) = \prod_j e^{-\tau f_j};$$

Здесь τ — параметр скорости [движения камеры], j индексирует все пиксели ядра.
Таким образом, наиболее вероятное ядро — с нулевыми коэффициентами.

Разложим правдоподобие в произведение локальной и глобальной компонент:

$$p(\mathbf{L}) = p_g(\mathbf{L}) p_l(\mathbf{L});$$

Каждую из них далее рассмотрим отдельно.

Авторы предлагают простую формулу, аппроксимирующую функцию распределения плотностей в реальных изображениях, которая подсчитана статистически. В предыдущих работах по данной теме были проведены попытки приблизить такую функцию смесью гауссиан в каждой точке изображения, но это выливается (при логарифмировании) в необходимость оптимизировать логарифм от суммы экспоненциальных зависимостей, что на практике является сложной и неустойчивой задачей.

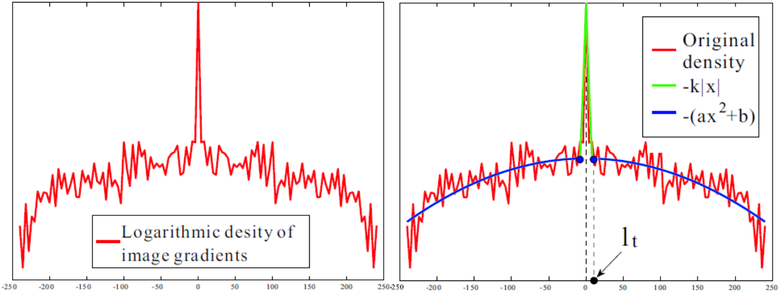


Рис.: График распределения градиентов в реальных изображениях и предлагаемая аппроксимация

Предлагаемая аппроксимирующая формула крайне проста:

$$\Phi(x) = \begin{cases} -k|x|, & \text{если } x < l_t; \\ -(ax^2 + b), & \text{если } x \geq l_t. \end{cases};$$

Здесь k, a, b, l_t — некоторые коэффициенты. С использованием этого приближения глобальная компонента ищется по формуле:

$$p_g(\mathbf{L}) \propto \prod_i e^{\Phi(\partial L_i)};$$

Локальная компонента вводится только для тех областей изображения, где локальная дисперсия (которая считается в окне того же размера, что и ядро свертки) небольшая. В этих областях градиенты исходного и размытого изображений не должны сильно отличаться. Поэтому предлагается использовать нормальное распределение:

$$p_l(\mathbf{L}) = \prod_{i \in \Omega} \mathcal{N}(\partial_x L_i - \partial_x I_i | 0, \sigma_1) \mathcal{N}(\partial_y L_i - \partial_y I_i | 0, \sigma_1);$$

Здесь за Ω обозначены точки изображения с локальной дисперсией менее некоторой константы.

Содержание

$$E(\mathbf{L}, \mathbf{f}) = -\log p(\mathbf{L}, \mathbf{f}|\mathbf{I});$$

$$E(\mathbf{L}, \mathbf{f}) \propto \left(\sum_{\partial^* \in \Omega} w_{\kappa(\partial^*)} \|\partial^* \mathbf{L} \otimes \mathbf{f} - \partial^* \mathbf{I}\|_2^2 \right) + \lambda_1 \|\Phi(\partial_x \mathbf{L}) + \Phi(\partial_y \mathbf{L})\|_1 + \\ + \lambda_2 \left(\|\partial_x \mathbf{L} - \partial_x \mathbf{I}\|_2^2 \circ \mathbf{M} + \|\partial_y \mathbf{L} - \partial_y \mathbf{I}\|_2^2 \circ \mathbf{M} \right) + \|\mathbf{f}\|_1; \tag{1}$$

Здесь $\circ$ обозначает поэлементную операцию умножения. $\mathbf{M}$ — маска, выделяющая в изображении точки с небольшой локальной дисперсией (из Ω). Параметры были для простоты переобозначены, а именно:

$$w_{\kappa(\partial^*)} = \frac{1}{\zeta^2_{\kappa(\partial^*)} \tau}, \qquad \lambda_1 = \frac{1}{\tau}, \qquad \lambda_2 = \frac{1}{\sigma_1^2 \tau};$$

Прямая оптимизация этого функционала сложна, сходимость медленная. Авторы [1] предлагают свой вариант, основанный на пошаговой оптимизации $\mathbf{L}$, а затем $\mathbf{f}$.

Зафиксируем некоторое приближение ядра **f**:

$$E_{\mathbf{L}}(\mathbf{L},\mathbf{f}) = \left(\sum_{\partial^* \in \Omega} w_{\kappa(\partial^*)} \|\partial^* \mathbf{L} \otimes \mathbf{f} - \partial^* \mathbf{I}\|_2^2\right) + \lambda_1 \|\Phi(\partial_x \mathbf{L}) + \Phi(\partial_y \mathbf{L})\|_1 + \\ + \lambda_2 \left(\|\partial_x \mathbf{L} - \partial_x \mathbf{I}\|_2^2 \circ \mathbf{M} + \|\partial_y \mathbf{L} - \partial_y \mathbf{I}\|_2^2 \circ \mathbf{M}\right);$$

Это сильно невыпуклая функция от многих тысяч переменных, Прямая оптимизаця очень трудоемка (а это нужно делать на каждой итерации).

Введем дополнительные переменные $\Psi = (\Psi_x, \Psi_y)$, которые будут аппроксимировать $\partial\mathbf{L}$, таким образом, каждой паре градиентов пикселя i — $(\partial_x L_i, \partial_y L_i) \in \partial\mathbf{L}$ — будет соответствовать пара $(\psi_{i,x}, \psi_{i,y}) \in \Psi$.
При фиксированном $\mathbf{L}$ можно найти такие Ψ, которые будут минимизировать энергию. То есть, вместо подбороа всего изображения, подберем лишь его градиент (влияет лишь на часть выражения), а затем по найденным градиентам обновим $\mathbf{L}$. То есть, перешли к минимизации:

$$E_{\mathbf{L}}(\mathbf{L}', \mathbf{f}) = \left(\sum_{\partial^* \in \Omega} w_{\kappa(\partial^*)} \|\partial^* \mathbf{L} \otimes \mathbf{f} - \partial^* \mathbf{I}\|_2^2 \right) + \lambda_1 \|\Phi(\Psi_x) + \Phi(\Psi_y)\|_1 +$$
$$+\lambda_2 \left(\|\Psi_x - \partial_x \mathbf{I}\|_2^2 \circ \mathbf{M} + \|\Psi_y - \partial_y \mathbf{I}\|_2^2 \circ \mathbf{M} \right) +$$
$$+\gamma \left(\|\Psi_x - \partial_x \mathbf{L}\|_2^2 + \|\Psi_y - \partial_y \mathbf{L}\|_2^2 \right);$$

С увеличением номера итерации параметр регуляризации по отклонению градиентов γ также будет расти, и в конечном итоге Ψ будет практически совпадать с $\partial\mathbf{L}$, что означает, что минимизация $E'_{\mathbf{L}}$ через несколько шагов процесса будет эквивалентна минимизации $E_{\mathbf{L}}$.
Распишем оба шага подробнее.

При фиксированном $\mathbf{L}$, а значит, и $\partial\mathbf{L}$, остается оптимизировать E_{Ψ}:

$$
\begin{aligned}
E_{\Psi}(\mathbf{L},\mathbf{f}) =&\lambda_1\|\Phi(\Psi_x)+\Phi(\Psi_y)\|_1+\lambda_2\|\Psi_x-\partial_x\mathbf{I}\|_2^2\circ\mathbf{M}+\\
&\lambda_2\|\Psi_y-\partial_y\mathbf{I}\|_2^2\circ\mathbf{M}+\gamma\|\Psi_x-\partial_x\mathbf{L}\|_2^2+\gamma\|\Psi_y-\partial_y\mathbf{L}\|_2^2;
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Можно произвести дальнейшее разделение по пикселям и координатам x, y, получим, что для $\nu\in\{x,y\}$ нужно минимизировать:

$$
E_{\psi_{i,\nu}}=\lambda_1|\Phi(\psi_{i,\nu})|+\lambda_2 m_i(\Psi_{i,\nu}-\partial_\nu I_i)^2+\gamma(\Psi_{i,\nu}-\partial_\nu L_i)^2;
$$

Каждая компонента $E_{\psi_{i,\nu}}$ содержит лишь одну переменную $\psi_{i,\nu}$, поэтому они легко могут быть оптимизированы, а результаты собраны вместе.
Φ состоит из 4-х выпуклых частей, каждая может быть оптимизирована отдельно, а затем лучший результат взят для определения глобально минимального Ψ.

При фиксированном Ψ, будем обновлять $\mathbf{L}$, минимизируя по нему следующее выражение:

$$E'_{\mathbf{L}} = \left(\sum_{\partial^* \in \Omega} w_{\kappa(\partial^*)} \|\partial^* \mathbf{L} \otimes \mathbf{f} - \partial^* \mathbf{I}\|_2^2 \right) +$$
$$+\gamma \|\Psi_x - \partial_x \mathbf{L}\|_2^2 + \gamma \|\Psi_y - \partial_y \mathbf{L}\|_2^2;$$

Так как здесь присутствует свертка, выгодно перейти к работе с образами Фурье. Если обозначить оператор преобразования Фурье за $\mathcal{F}$, а за $\mathcal{F}^{-1}$ — ему обратный, то получим:

$$E'_{\mathcal{F}(\mathbf{L})} = \left(\sum_{\partial^* \in \Omega} w_{\kappa(\partial^*)} \|\mathcal{F}(\mathbf{L}) \circ \mathcal{F}(\mathbf{f}) \circ \mathcal{F}(\partial^*) - \mathbf{F}(\mathbf{I}) \circ \mathcal{F}(\partial^*)\|_2^2 \right) +$$
$$+\gamma \|\mathcal{F}(\Psi_x) - \mathcal{F}(\mathbf{L}) \circ \mathcal{F}(\partial_x)\|_2^2 + \gamma \|\mathcal{F}(\Psi_y) - \mathcal{F}(\mathbf{L}) \circ \mathcal{F}(\partial_y)|_2^2;$$

Ссылаясь на формулу Планшераля, авторы [1] переходят от минимизации $E_{\mathbf{L}}^{'}$ к эквивалентной задаче минимизации $E_{\mathcal{F}(\mathbf{L})}^{'}$. Таким образом, искомое значение затем находится с помощью обратного преобразования Фурье:

$$\mathbf{L}^{*} = \mathcal{F}^{-1}(\arg\min_{\mathcal{F}(\mathbf{L})} E_{\mathcal{F}(\mathbf{L})})';$$

Теперь минимальное значение такой энергии может быть получено, если приравнять к нулю его производную $\partial E'_{\mathcal{F}(\mathbf{L})}/\partial\mathcal{F}_{\mathbf{L}}$, это можно сделать в явном виде, откуда:

$$\mathbf{L}^* = \mathcal{F}^{-1}\left(\frac{\overline{\mathcal{F}(\mathbf{f})}\circ\mathcal{F}(\mathbf{I})\circ\Delta+\gamma\overline{\mathcal{F}(\partial_x)}\circ\mathcal{F}(\Psi_x)+\gamma\overline{\mathcal{F}(\partial_y)}\circ\mathcal{F}(\Psi_y)}{\overline{\mathcal{F}(\mathbf{f})}\circ\mathcal{F}(\mathbf{f})\circ\Delta+\gamma\overline{\mathcal{F}(\partial_x)}\circ\mathcal{F}(\partial_x)+\gamma\overline{\mathcal{F}(\partial_y)}\circ\mathcal{F}(\partial_y)}\right); \tag{3}$$

Тут $\Delta = \sum_{\partial^*\in\Theta} w_{\kappa(\partial^*)}\overline{\mathcal{F}(\partial^*)}\circ\mathcal{F}(\partial^*)$, $\overline{(\cdot)}$ обозначает оператор комплексного сопряжения, и деление производится поэлементно.

Будем оптимизировать энергию при фиксированном **L**:

$$E(\mathbf{f}) = \left(\sum_{\partial^* \in \Omega} w_{\kappa(\partial^*)} \|\partial^* \mathbf{L} \otimes \mathbf{f} - \partial^* \mathbf{I}\|_2^2 \right) + \|\mathbf{f}\|_1; \tag{4}$$

Авторы алгоритма ссылаются на работу [2], в которой функционал такого вида успешно оптимизируется с помощью специального interior point method.

Содержание

Схема полученного алгоритма:

Вход:

$\mathbf{I}$ — размытое изображение, $\mathbf{f}$ — начальное приближение ядра;

Выход:

$\mathbf{L}$ — искомое четкое изображение, $\mathbf{f}$ — исходное ядро размытия;

$\mathbf{L} \Leftarrow \mathbf{I}$; // *инициализация скрытого изображения наблюдаемым*;

оптимизация $\mathbf{L}$ и $\mathbf{f}$:

повторять

оптимизация $\mathbf{L}$:

повторять

Обновить Ψ, минимизируя (2);

Вычислить $\mathbf{L}$ согласно (3);

пока $\|\Delta\mathbf{L}\|_2 < 1 \times 10^{-5}$ и $\|\Delta\Psi\|_2 < 1 \times 10^{-5}$;

Обновить $\mathbf{f}$, минимизируя (4);

пока $\|\Delta\mathbf{f}\|_2 < 1 \times 10^{-5}$ или максимальное число итераций завершено;

Итого два итерационных процесса — внутренний (вложенный), чередование вычисления Ψ и $\mathbf{L}$, и внешний, вычисление очередного приближения скрытой картинки $\mathbf{L}$ и на его основе уточнение ядра $\mathbf{f}$.

Литература

- Shan Q., Jia J., Agarwala A. — High-quality Motion Deblurring from a Single Image.// ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH), 2008.
- Tony F. C., Shen J. — Theory and Computation of Variational Image Deblurring, 2005.
- Гонсалес Р., Вудс Р. — Цифровая обработка изображений.// М.: Техносфера, 2005.
- Richardson W. H. — Bayesian-Based Iterative Method of Image Restoration.// Journal of the Optical Society of America, vol. 62, I, 1972.
- Tony F. C., Shen J. — Theory and Computation of Variational Image Deblurring, 2005.

- de Branges L., — Hilbert spaces of entire functions.// Prentice-Hall, N. Y., 1968
- Kim S.-J., Koh K., Lustig M., Boyd S. — An efficient method for compressed sensing.// ICIP proceedings, 2007
- Shepp, L. A.; Vardi, Y. (1982), "Maximum Likelihood Reconstruction for Emission Tomography IEEE Transactions on Medical Imaging

Спасибо за внимание