

- (1) Найти все неприводимые многочлены степени 5 и 4 над полем $GF(2)$.
- (2) Найти все неприводимые многочлены степени 2 и 3 над полем $GF(3)$.
- (3) Пусть G' - коммутант группы G , H' - коммутант группы H , $H < G$. Верно ли, что $H' < G'$.
- (4) Пусть N - нормальный делитель группы G , K - ее коммутант. Доказать, что фактор-группа G/N - абелева тогда и только тогда, когда $N \supseteq K$.
- (5) Доказать, что в Q/Z любой элемент имеет конечный порядок, и для любого натурального числа n найдется ровно одна подгруппа порядка n .
- (6) Найти $\text{Aut } D_4$.
- (7) Найти $\text{Inn } D_4$.
- (8) Доказать, что если $A, B \triangleleft G$, то $\langle A, B \rangle = AB$.
- (9) Верно ли, что если $A, B < G$, то $\langle A, B \rangle = AB$?
- (10) Пусть H - подгруппа группы G , $2|H| = |G|$. Доказать, что $\forall x \in G \ x^2 \in H$.
- (11) Найти все нормальные подгруппы группы S_n порядка $n!/2$ при $n \geq 2$.
- (12) Ассоциативна ли операция НОД на множестве \mathbf{N} ?
- (13) Сколько подгрупп у группы Z_{100} (с точностью до изоморфизма)?
- (14) Найти все изоморфизмы между $(Z_4, +)$ и $(Z_5 \setminus \{0\}, *)$.
- (15) Будет ли группа матриц (операция - умножение)

$$\left\{ \pm \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \pm \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \pm \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \pm \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} \right\}$$
 изоморфна группе кватернионов?
- (16) Найти группу поворотов куба, одна грань которого окрашена в черный цвет (остальные - белые).
- (17) Показать, что группа автоморфизмов коммутативной группы может не быть абелевой.
- (18) Ассоциативна ли операция \circ на множестве \mathbf{R} : $x \circ y = \sin(x) \cdot \sin(y)$?
- (19) Сколько подгрупп у группы Z_{120} (с точностью до изоморфизма)?
- (20) Разбить на классы попарно изоморфных групп группы $(\mathbf{Z}, +)$, $(n\mathbf{Z}, +)$, $(\mathbf{Q}, +)$, $(\mathbf{R}, +)$, $(\mathbf{Q} \setminus \{0\}, *)$, $(\mathbf{R} \setminus \{0\}, *)$.
- (21) Может ли порядок нечетной перестановки быть нечетным числом?
- (22) Найти группу поворотов куба, две противоположные грани которого окрашены в черный цвет (остальные - белые).
- (23) Является ли центр характеристической подгруппой?