Задача о справедливом дележе

Антон Гусев, Даниил Мусатов

«Сириус», проектная смена

2 июля 2016

Постановка задачи

Постановка задачи

- N участников, 1 шоколадка
- Разным участникам нравятся разные части шоколадки
- Как поделить по-честному?

Постановка задачи

- N участников, 1 шоколадка
- Разным участникам нравятся разные части шоколадки
- Как поделить по-честному?

Возможные подходы к дележу:

- Пропорциональный делёж: каждый считает, что его кусочек составляет не меньше $1/N$ от всей шоколадки.

Постановка задачи

- N участников, 1 шоколадка
- Разным участникам нравятся разные части шоколадки
- Как поделить по-честному?

Возможные подходы к дележу:

- Пропорциональный делёж: каждый считает, что его кусочек составляет не меньше $1/N$ от всей шоколадки.
- Делёж без зависти: более того, каждый считает, что его кусочек лучше, чем кусочек любого другого участника.

Простейший случай: 2 участника (Анна и Борис)

- Алгоритм: Анна делит на 2 части, Борис выбирает себе ту, которая для него лучше.
- Анна ничего не знает о предпочтениях Бориса: как ей поделить?

Простейший случай: 2 участника (Анна и Борис)

- Алгоритм: Анна делит на 2 части, Борис выбирает себе ту, которая для него лучше.
- Анна ничего не знает о предпочтениях Бориса: как ей поделить?
- Только поровну со своей точки зрения!
- А для Бориса хотя бы одна из частей не меньше половины

И тут приходит третий...

- Анна и Борис уже поделили шоколадку, но тут появился Виктор. Что делать?

И тут приходит третий...

- Анна и Борис уже поделили шоколадку, но тут появился Виктор. Что делать?
- Решение: Анна и Борис делят свои части натрое, Виктор выбирает по одной части из каждой группы

И тут приходит третий...

- Анна и Борис уже поделили шоколадку, но тут появился Виктор. Что делать?
- Решение: Анна и Борис делят свои части натрое, Виктор выбирает по одной части из каждой группы
- Как будут делить Анна и Борис? Почему в итоге каждый получит хотя бы по трети?

И тут приходит третий...

- Анна и Борис уже поделили шоколадку, но тут появился Виктор. Что делать?
- Решение: Анна и Борис делят свои части натрое, Виктор выбирает по одной части из каждой группы
- Как будут делить Анна и Борис? Почему в итоге каждый получит хотя бы по трети?
- Может ли Виктор завидовать Анне? А Анна Виктору?

И тут приходит третий...

- Анна и Борис уже поделили шоколадку, но тут появился Виктор. Что делать?
- Решение: Анна и Борис делят свои части натрое, Виктор выбирает по одной части из каждой группы
- Как будут делить Анна и Борис? Почему в итоге каждый получит хотя бы по трети?
- Может ли Виктор завидовать Анне? А Анна Виктору?
  - Виктор может завидовать, если все кусочки Анны ему нравятся больше, чем кусочки Бориса
  - Анна может завидовать, если Виктор взял дольку Бориса, которая особенно нравится Анне

И тут приходит третий...

- Анна и Борис уже поделили шоколадку, но тут появился Виктор. Что делать?
- Решение: Анна и Борис делят свои части натрое, Виктор выбирает по одной части из каждой группы
- Как будут делить Анна и Борис? Почему в итоге каждый получит хотя бы по трети?
- Может ли Виктор завидовать Анне? А Анна Виктору?
  - Виктор может завидовать, если все кусочки Анны ему нравятся больше, чем кусочки Бориса
  - Анна может завидовать, если Виктор взял дольку Бориса, которая особенно нравится Анне
- А что, если потом придут Галина, Денис и т.д.?

И тут приходит третий...

- Анна и Борис уже поделили шоколадку, но тут появился Виктор. Что делать?
- Решение: Анна и Борис делят свои части натрое, Виктор выбирает по одной части из каждой группы
- Как будут делить Анна и Борис? Почему в итоге каждый получит хотя бы по трети?
- Может ли Виктор завидовать Анне? А Анна Виктору?
  - Виктор может завидовать, если все кусочки Анны ему нравятся больше, чем кусочки Бориса
  - Анна может завидовать, если Виктор взял дольку Бориса, которая особенно нравится Анне
- А что, если потом придут Галина, Денис и т.д.?
  - Продолжать по индукции!
  - Но будет очень много разрезов...

Что называть решением в общем случае?

3 уровня задачи:

- **Математический**: существует ли нужный делёж?

Что называть решением в общем случае?

3 уровня задачи:

- **Математический**: существует ли нужный делёж?
- **Алгоритмический**: как найти делёж, задавая те или иные вопросы участникам? Желательно, чтобы алгоритм расходовал немного ресурсов

Что называть решением в общем случае?

3 уровня задачи:

- **Математический**: существует ли нужный делёж?
- **Алгоритмический**: как найти делёж, задавая те или иные вопросы участникам? Желательно, чтобы алгоритм расходовал немного ресурсов
- **Теоретико-игровой**: пусть участники знают алгоритм. Будут ли они отвечать честно или попробуют соврать в попытке получить больше?

Что будет в проекте

- Изучим и проанализируем разные алгоритмы дележа.
- Найдём самые эффективные алгоритмы.
- Найдём алгоритмы, в которых получается делёж без зависти. (Полное решение этой задачи — открытая проблема)
- Изучим дискретный аналог задачи: делим не шоколадку, а игрушки.
- Возможен как полностью теоретический анализ, так и программная реализация.

Спасибо!

mailto:musatych@gmail.com
http://musatych.livejournal.com