Вероятностные тематические модели
Лекция 1. Постановка задачи, оптимизация и регуляризация

К. В. Воронцов
vokov@forecsys.ru

Этот курс доступен на странице вики-ресурса
http://www.MachineLearning.ru/wiki
«Вероятностные тематические модели (курс лекций, К.В.Воронцов)»

МФТИ – ФИЦ ИУ РАН • 7 сентября 2023

Вероятностные тематические модели (ВТМ): о чём этот курс

Probabilistic Topic Modeling (PTM) — область автоматической обработки текстов (Natural Language Processing, NLP)

Курс о том, как

- выявлять тематику документов в текстовых коллекциях
- искать тексты по смыслу, а не по ключевым словам
- строить и упрощать прикладные математические теории
- создавать технологии текстовой аналитики
- использовать их в социо-гуманитарных исследованиях

Пререквизиты (какие знания потребуются)

- теория вероятности (в основном на конечных множествах)
- машинное обучение (базовые понятия и методология)
- линейная алгебра, методы оптимизации (самые азы)
- язык Python

Содержание

1. Задача тематического моделирования
   - Постановка задачи
   - Зачем нужны тематические модели
   - Постановка оптимизационной задачи
2. Математическая теория ARTM
   - Математические основы
   - Максимизация регуляризованного правдоподобия
   - Тематические модели PLSA и LDA
3. Практика тематического моделирования
   - Библиотека BigARTM
   - Практика тематического моделирования
   - Задания по курсу

Пусть

- W — конечное множество *термов* (слов, терминов)
- D — конечное множество текстовых документов
- T — конечное множество тем
- порядок слов в документе не важен (bag of words)
- порядок документов в коллекции не важен
- каждый терм w в документе d связан с некоторой темой t
- $D \times W \times T$ — дискретное вероятностное пространство
- коллекция — это i.i.d. выборка $(d_i, w_i, t_i)_{i=1}^n \sim p(d, w, t)$
- d_i, w_i — наблюдаемые, темы t_i — скрытые
- гипотеза условной независимости: $p(w|d,t) = p(w|t)$

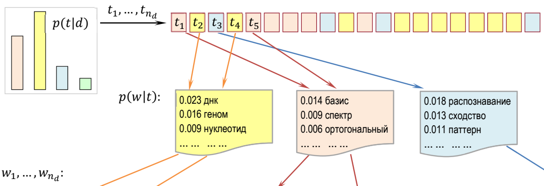
Тематическая модель, по формуле полной вероятности:

$$p(w|d) = \sum_{t \in T} p(w \,|\, \cancel{d,}\, t)\, p(t|d)$$

Прямая задача: порождение коллекции по $p(w|t)$ и $p(t|d)$

Вероятностная тематическая модель коллекции документов D описывает появление термов w в документах d темами t:

$$p(w|d) = \sum_{t \in T} p(w|t)\, p(t|d)$$



Разработан спектрально-аналитический подход к выявлению размытых протяженных повторов в геномных последовательностях. Метод основан на разномасштабном оценивании сходства нуклеотидных последовательностей в пространстве коэффициентов разложения фрагментов кривых GC- и GA-содержания по классическим ортогональным базисам. Найдены условия оптимальной аппроксимации, обеспечивающие автоматическое распознавание повторов различных видов (прямых и инвертированных, а также тандемных) на спектральной матрице сходства. Метод одинаково хорошо работает на разных масштабах данных. Он позволяет выявлять следы сегментных дупликаций и мегасателлитные участки в геноме, районы синтении при сравнении пары геномов. Его можно использовать для детального изучения фрагментов хромосом (поиска размытых участков с умеренной длиной повторяющегося паттерна).

Прямая задача: порождение коллекции по $p(w|t)$ и $p(t|d)$

Вероятностная тематическая модель коллекции документов D описывает появление термов w в документах d темами t:

$$p(w|d) = \sum_{t \in T} p(w|t)\, p(t|d)$$

Вход: распределение $p(w|t)$ для каждой темы $t \in T$;
распределение $p(t|d)$ для каждого документа $d \in D$;
Выход: коллекция документов;

для всех $d \in D$
  для всех позиций i в документе d
    сгенерировать тему t_i из $p(t|d)$;
    сгенерировать терм w_i из $p(w|t_i)$;

Обратная задача: восстановление $p(w|t)$ и $p(t|d)$ по коллекции

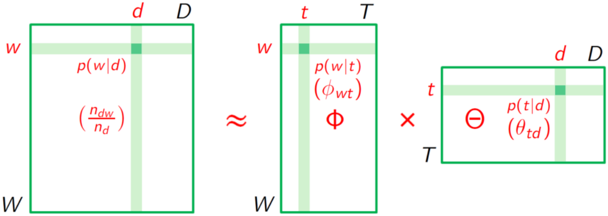
Дано: коллекция текстовых документов

- n_{dw} — частоты термов в документах, $\hat{p}(w|d) = \frac{n_{dw}}{n_d}$

Найти: параметры тематической модели $p(w|d) = \sum\limits_{t \in T} \phi_{wt}\theta_{td}$

- $\phi_{wt} = p(w|t)$ — вероятности термов w в каждой теме t
- $\theta_{td} = p(t|d)$ — вероятности тем t в каждом документе d

Это задача стохастического матричного разложения:



Система обозначений для частот — счётчиков числа термов

Ненаблюдаемые частоты, зависящие от t:

$n_{dwt} = \sum\limits_{i=1}^{n} [d_i = d]\,[w_i = w]\,[t_i = t]$ — частота (d, w, t) в коллекции

$n_{wt} = \sum_d n_{dwt}$ — частота терма w в теме t

$n_{td} = \sum_w n_{dwt}$ — частота термов темы t в документе d

$n_t = \sum_{d,w} n_{dwt}$ — частота термов темы t в коллекции

Наблюдаемые частоты, не зависящие от t:

$n_{dw} = \sum_t n_{dwt}$ — частота терма w в документе d

$n_w = \sum_d n_{dw}$ — частота терма w в коллекции

$n_d = \sum_w n_{dw}$ — длина документа d

$n = \sum_{d,w} n_{dw}$ — длина коллекции

Частотные оценки условных вероятностей

Имеем ли мы формальное право записывать такие равенства:

- $p(w|d) = \dfrac{n_{dw}}{n_d}$ — распределение термов в документе d,
- $p(t|d) = \dfrac{n_{td}}{n_d}$ — искомое распределение тем в документе d,
- $p(w|t) = \dfrac{n_{wt}}{n_t}$ — искомое распределение термов в теме t.

ДА, но только в ограниченной вероятностной модели текста, при предположении, что $(d_i, w_i, t_i)_{i=1}^n$ — последовательность элементарных событий с равными вероятностями $\frac{1}{n}$

При общем предположении $(d_i, w_i, t_i) \overset{\text{i.i.d.}}{\sim} p(d, w, t)$ это лишь *приближённые частотные оценки условных вероятностей* (i.i.d. — independent identically distributed)

Элементарное решение обратной задачи

Выразим $p(t|d,w)$ через ϕ_{wt}, θ_{td} по формуле Байеса:

$$p(t|d,w) = \frac{p(w,t|d)}{p(w|d)} = \frac{p(w|t)p(t|d)}{p(w|d)} = \frac{\phi_{wt}\theta_{td}}{\sum_s \phi_{ws}\theta_{sd}}$$

Частотные оценки условных вероятностей $\phi_{wt} = \frac{n_{wt}}{n_t}$, $\theta_{td} = \frac{n_{td}}{n_d}$, $p(t|d,w) = \frac{n_{dwt}}{n_{dw}}$ приводят к системе уравнений для ϕ_{wt} и θ_{td}:

$$\begin{cases} n_{dwt} = n_{dw}\dfrac{\phi_{wt}\theta_{td}}{\sum_s \phi_{ws}\theta_{sd}}, & d \in D,\ w \in W,\ t \in T \\ \phi_{wt} = \dfrac{\sum_d n_{dwt}}{\sum_{d,w} n_{dwt}}, & w \in W,\ t \in T \\ \theta_{td} = \dfrac{\sum_w n_{dwt}}{\sum_{t,w} n_{dwt}}, & d \in D,\ t \in T \end{cases}$$

Численное решение — методом простых итераций

И это работает? Почему? Какую задачу решает эта система?

Пример 1. Мультиязычная модель Википедии

216 175 русско-английских пар статей.
Первые 10 слов и их частоты $p(w|t)$ в %:

Тема №68				Тема №79			
research	4.56	институт	6.03	goals	4.48	матч	6.02
technology	3.14	университет	3.35	league	3.99	игрок	5.56
engineering	2.63	программа	3.17	club	3.76	сборная	4.51
institute	2.37	учебный	2.75	season	3.49	фк	3.25
science	1.97	технический	2.70	scored	2.72	против	3.20
program	1.60	технология	2.30	cup	2.57	клуб	3.14
education	1.44	научный	1.76	goal	2.48	футболист	2.67
campus	1.43	исследование	1.67	apps	1.74	гол	2.65
management	1.38	наука	1.64	debut	1.69	забивать	2.53
programs	1.36	образование	1.47	match	1.67	команда	2.14

Асессор оценил 396 тем из 400 как хорошо интерпретируемые.

Vorontsov, Frei, Apishev, Romov, Suvorova. BigARTM: Open Source Library for Regularized Multimodal Topic Modeling of Large Collections. AIST-2015.

Пример 1. Мультиязычная модель Википедии

216 175 русско-английских пар статей.
Первые 10 слов и их частоты $p(w|t)$ в %:

Тема №88				Тема №251			
opera	7.36	опера	7.82	windows	8.00	windows	6.05
conductor	1.69	оперный	3.13	microsoft	4.03	microsoft	3.76
orchestra	1.14	дирижер	2.82	server	2.93	версия	1.86
wagner	0.97	певец	1.65	software	1.38	приложение	1.86
soprano	0.78	певица	1.51	user	1.03	сервер	1.63
performance	0.78	театр	1.14	security	0.92	server	1.54
mozart	0.74	партия	1.05	mitchell	0.82	программный	1.08
sang	0.70	сопрано	0.97	oracle	0.82	пользователь	1.04
singing	0.69	вагнер	0.90	enterprise	0.78	обеспечение	1.02
operas	0.68	оркестр	0.82	users	0.78	система	0.96

Асессор оценил 396 тем из 400 как хорошо интерпретируемые.

Vorontsov, Frei, Apishev, Romov, Suvorova. BigARTM: Open Source Library for Regularized Multimodal Topic Modeling of Large Collections. AIST-2015.

Пример 2. Биграммная модель научных конференций

Коллекция 1000 статей конференций ММРО, ИОИ на русском

распознавание образов в биоинформатике		теория вычислительной сложности	
униграммы	биграммы	униграммы	биграммы
объект	задача распознавания	задача	разделять множества
задача	множество мотивов	множество	конечное множество
множество	система масок	подмножество	условие задачи
мотив	вторичная структура	условие	задача о покрытии
разрешимость	структура белка	класс	покрытие множества
выборка	распознавание вторичной	решение	сильный смысл
маска	состояние объекта	конечный	разделяющий комитет
распознавание	обучающая выборка	число	минимальный аффинный
информативность	оценка информативности	аффинный	аффинный комитет
состояние	множество объектов	случай	аффинный разделяющий
закономерность	разрешимость задачи	покрытие	общее положение
система	критерий разрешимости	общий	множество точек
структура	информативность мотива	пространство	случай задачи
значение	первичная структура	схема	общий случай
регулярность	тупиковое множество	комитет	задача MASC

Сергей Стенин. Мультиграммные аддитивно регуляризованные тематические модели // Магистерская диссертация, МФТИ, 2015.

Свойство интерпретируемости тематических моделей

Тематическая модель формирует тематические векторы:

- $p(t|d) = \dfrac{n_{td}}{n_d} = \theta_{td}$ для каждого документа d
- $p(t|w) = \dfrac{n_{wt}}{n_w} = \phi_{wt}\dfrac{n_t}{n_w}$ для каждого терма w
- $p(t|d,w) = \dfrac{n_{dwt}}{n_{dw}}$ для каждого локального контекста (d,w)

Интерпретируемость тематических векторов:

- каждая тема t описывается *семантическим ядром* — частотным словарём слов $\bigl\{w\colon p(w|t) > \gamma p(w)\bigr\}$
- и способна «рассказать о себе» словами или фразами
- любой объект x с вектором $p(t|x)$ описывается частотным словарём слов $\Bigl\{w\colon p(w|x) = \sum\limits_{t\in T} p(w|t)p(t|x) > \gamma p(w)\Bigr\}$

Цели и не-цели тематического моделирования

Цели:

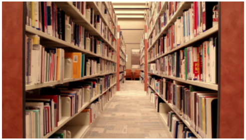
- Выяснить тематическую кластерную структуру текстовой коллекции, сколько в ней тем и о чём они
- Получать интерпретируемые тематические векторные представления (эмбединги) документов, фрагментов, слов $p(t|d)$, $p(t|w)$, $p(t|d,w)$ и нетекстовых объектов $p(t|x)$
- Решать задачи поиска, категоризации, сегментации, суммаризации с помощью тематических эмбедингов

Не-цели:

- Угадывать следующие слова (ТМ слабы как модели языка)
- Генерировать связный текст
- Понимать смысл текста

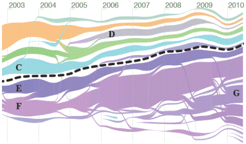
Некоторые приложения тематического моделирования

разведочный поиск в электронных библиотеках

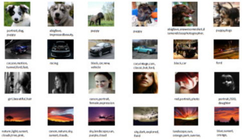


поиск тематического контента в соцсетях

выявление и отслеживание цепочек новостей

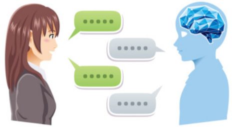


мультимодальный поиск текстов и изображений



анализ банковских транзакционных данных

управлением диалогом в разговорном интеллекте



J.Boyd-Graber, Yuening Hu, D.Mimno. Applications of Topic Models. 2017.

H.Jelodar et al. Latent Dirichlet allocation (LDA) and topic modeling: models, applications, a survey. 2019.

Принцип максимума правдоподобия

Правдоподобие — плотность распределения выборки $(d_i, w_i)_{i=1}^n$:

$$\prod_{i=1}^{n} p(d_i, w_i) = \prod_{d\in D} \prod_{w\in d} p(d, w)^{n_{dw}}$$

Максимизация логарифма правдоподобия

$$\sum_{d\in D} \sum_{w\in d} n_{dw} \ln p(w|d) \underbrace{\cancel{p(d)}}_{\text{const}} \to \max_{\Phi,\Theta}$$

эквивалентна максимизации функционала

$$L(\Phi, \Theta) = \sum_{d\in D} \sum_{w\in d} n_{dw} \ln \sum_{t\in T} \phi_{wt}\theta_{td} \to \max_{\Phi,\Theta}$$

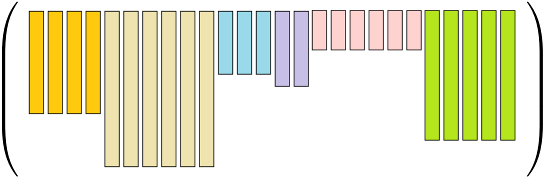
при ограничениях неотрицательности и нормировки

$$\phi_{wt} \geqslant 0; \qquad \sum_{w\in W} \phi_{wt} = 1; \qquad \theta_{td} \geqslant 0; \qquad \sum_{t\in T} \theta_{td} = 1.$$

Задача максимизации функции на единичных симплексах

Пусть $\Omega = (\omega_j)_{j \in J}$ — набор нормированных неотрицательных векторов $\omega_j = (\omega_{ij})_{i \in I_j}$ различных размерностей $|I_j|$:

$\Omega =$



Задача максимизации функции $f(\Omega)$ на единичных симплексах:

$$\begin{cases} f(\Omega) \to \max\limits_{\Omega}; \\ \sum\limits_{i \in I_j} \omega_{ij} = 1, \quad j \in J; \\ \omega_{ij} \geqslant 0, \quad i \in I_j, \quad j \in J. \end{cases}$$

Необходимые условия экстремума и метод простых итераций

Операция нормировки вектора: $p_i = \mathop{\mathrm{norm}}\limits_{i\in I}(x_i) = \dfrac{\max(x_i, 0)}{\sum_k \max(x_k, 0)}$

Лемма. Пусть $f(\Omega)$ непрерывно дифференцируема по Ω. Если ω_j — вектор локального экстремума задачи $f(\Omega) \to \max$ и $\exists i$: $\omega_{ij}\frac{\partial f}{\partial \omega_{ij}} > 0$, то ω_j удовлетворяет системе уравнений

$$\omega_{ij} = \mathop{\mathrm{norm}}\limits_{i\in I_j}\left(\omega_{ij}\frac{\partial f}{\partial \omega_{ij}}\right).$$

- Численное решение системы — методом простых итераций
- Векторы $\omega_j = 0$ отбрасываются как вырожденные решения
- Итерации похожи на градиентную оптимизацию:

$$\omega_{ij} := \omega_{ij} + \eta\frac{\partial f}{\partial \omega_{ij}},$$

но учитывают ограничения и не требуют подбора шага η

Напоминания. Условия Каруша–Куна–Таккера

Задача математического программирования:

$$\begin{cases} f(x) \to \min\limits_x; \\ g_i(x) \leqslant 0, \quad i = 1, \dots, m; \\ h_j(x) = 0, \quad j = 1, \dots, k. \end{cases}$$

Необходимые условия. Если x — точка локального минимума, то существуют множители μ_i, $i = 1, \dots, m$, λ_j, $j = 1, \dots, k$:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathscr{L}}{\partial x} = 0, \quad \mathscr{L}(x; \mu, \lambda) = f(x) + \sum\limits_{i=1}^{m} \mu_i g_i(x) + \sum\limits_{j=1}^{k} \lambda_j h_j(x); \\ g_i(x) \leqslant 0;\ h_j(x) = 0;\ \text{(исходные ограничения)} \\ \mu_i \geqslant 0;\ \text{(двойственные ограничения)} \\ \mu_i g_i(x) = 0;\ \text{(условие дополняющей нежёсткости)} \end{cases}$$

Доказательство леммы о максимизации на симплексах

Задача: $f(\Omega) \to \max\limits_{\Omega}; \quad \sum\limits_{i \in I_j} \omega_{ij} = 1, \quad \omega_{ij} \geqslant 0, \quad i \in I_j, \quad j \in J.$

Функция Лагранжа:

$$\mathscr{L}(\Omega; \mu, \lambda) = -f(\Omega) + \sum_{j \in J} \lambda_j \Bigl(\sum_{i \in I_j} \omega_{ij} - 1 \Bigr) - \sum_{j \in J} \sum_{i \in I_j} \mu_{ij} \omega_{ij}.$$

Условия Каруша–Куна–Таккера для вектора ω_j:

$$\frac{\partial f(\Omega)}{\partial \omega_{ij}} = \lambda_j - \mu_{ij}, \quad \mu_{ij} \omega_{ij} = 0, \quad \mu_{ij} \geqslant 0.$$

Умножим обе части первого равенства на ω_{ij}:

$$A_{ij} \equiv \omega_{ij} \frac{\partial f(\Omega)}{\partial \omega_{ij}} = \omega_{ij} \lambda_j.$$

Согласно условию леммы $\exists i$: $A_{ij} > 0$. Значит, $\lambda_j > 0$.

Если $\frac{\partial f(\Omega)}{\partial \omega_{ij}} < 0$ для некоторого i, то $\mu_{ij} > 0 \;\Rightarrow\; \omega_{ij} = 0$.

Тогда $\omega_{ij} \lambda_j = (A_{ij})_+$; $\lambda_j = \sum\limits_i (A_{ij})_+ \;\Rightarrow\; \omega_{ij} = \operatorname{norm}\limits_i (A_{ij})$. ∎

Теорема о сходимости итерационного процесса

$$\omega_{ij}^{t+1} = \operatorname*{norm}_{i \in I_j} \left(\omega_{ij}^{t} \frac{\partial f(\Omega^t)}{\partial \omega_{ij}^{t}} \right)$$

Теорема. Пусть $f(\Omega)$ — ограниченная сверху, непрерывно дифференцируемая функция, и все Ω^t, начиная с некоторой итерации t^0 обладают свойствами:

- $\forall j \in J \;\; \forall i \in I_j \;\; \omega_{ij}^t = 0 \to \omega_{ij}^{t+1} = 0$ (сохранение нулей)
- $\exists \varepsilon > 0 \;\; \forall j \in J \;\; \forall i \in I_j \;\; \omega_{ij}^t \notin (0, \varepsilon)$ (отделимость от нуля)
- $\exists \delta > 0 \;\; \forall j \in J \;\; \exists i \in I_j \;\; \omega_{ij}^t \frac{\partial f(\Omega^t)}{\partial \omega_{ij}} \geqslant \delta$ (невырожденность)

Тогда $f(\Omega^{t+1}) > f(\Omega^t)$ и $\left|\omega_{ij}^{t+1} - \omega_{ij}^t\right| \to 0$ при $t \to \infty$.

Ирхин И. А., Воронцов К. В. Сходимость алгоритма аддитивной регуляризации тематических моделей // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2020.

Задачи, некорректно поставленные по Адамару

Задача *корректно поставлена по Адамару*, если её решение

- существует,
- единственно,
- устойчиво.

Жак Саломон Адамар (1865–1963)

Задача матричного разложения *некорректно поставлена*: если Φ, Θ — решение, то стохастические Φ', Θ' — тоже решения

- $\Phi'\Theta' = (\Phi S)(S^{-1}\Theta), \ \ \mathrm{rank} S = |T|$
- $L(\Phi', \Theta') \approx L(\Phi, \Theta)$

Регуляризация или стабилизация — доопределение решения добавлением второго оптимизационного критерия.

А.Н.Тихонов (1906–1993)

ARTM: аддитивная регуляризация тематических моделей

Максимизация логарифма правдоподобия с регуляризатором:

$$\sum_{d,w} n_{dw} \ln \sum_{t\in T} \phi_{wt}\theta_{td} + R(\Phi,\Theta) \to \max_{\Phi,\Theta}; \qquad R(\Phi,\Theta) = \sum_i \tau_i R_i(\Phi,\Theta)$$

ЕМ-алгоритм: метод простой итерации для системы уравнений

$$\begin{cases} \text{Е-шаг:} & p_{tdw} \equiv p(t\,|\,d,w) = \operatorname*{norm}_{t\in T}\bigl(\phi_{wt}\theta_{td}\bigr) \\ \text{М-шаг:} & \phi_{wt} = \operatorname*{norm}_{w\in W}\Bigl(n_{wt} + \phi_{wt}\dfrac{\partial R}{\partial \phi_{wt}}\Bigr), \quad n_{wt} = \sum_{d\in D} n_{dw} p_{tdw} \\ & \theta_{td} = \operatorname*{norm}_{t\in T}\Bigl(n_{td} + \theta_{td}\dfrac{\partial R}{\partial \theta_{td}}\Bigr), \quad n_{td} = \sum_{w\in d} n_{dw} p_{tdw} \end{cases}$$

Воронцов К. В. Аддитивная регуляризация тематических моделей коллекций текстовых документов. Доклады РАН, 2014.

Доказательство (по лемме о максимизации на симплексах)

Применим лемму к log-правдоподобию с регуляризатором:

$$f(\Phi, \Theta) = \sum_{d,w} n_{dw} \ln \sum_{t \in T} \phi_{wt}\theta_{td} + R(\Phi, \Theta) \to \max_{\Phi,\Theta}$$

Дифференцируя, выделим вспомогательную переменную p_{tdw}:

$$\phi_{wt} = \operatorname*{norm}_{w \in W}\left(\phi_{wt}\frac{\partial f}{\partial \phi_{wt}}\right) = \operatorname*{norm}_{w \in W}\left(\phi_{wt}\sum_{d \in D} n_{dw}\frac{\theta_{td}}{p(w|d)} + \phi_{wt}\frac{\partial R}{\partial \phi_{wt}}\right) =$$

$$= \operatorname*{norm}_{w \in W}\left(\sum_{d \in D} n_{dw} p_{tdw} + \phi_{wt}\frac{\partial R}{\partial \phi_{wt}}\right);$$

$$\theta_{td} = \operatorname*{norm}_{t \in T}\left(\theta_{td}\frac{\partial f}{\partial \theta_{td}}\right) = \operatorname*{norm}_{t \in T}\left(\theta_{td}\sum_{w \in W} n_{dw}\frac{\phi_{wt}}{p(w|d)} + \theta_{td}\frac{\partial R}{\partial \theta_{td}}\right) =$$

$$= \operatorname*{norm}_{t \in T}\left(\sum_{w \in d} n_{dw} p_{tdw} + \theta_{td}\frac{\partial R}{\partial \theta_{td}}\right). \qquad \blacksquare$$

Условия вырожденности модели для тем и документов

Решение может быть вырожденным для некоторых тем (столбцов матриц Φ) и документов (столбцов матрицы Θ).

Тема t вырождена, если для всех термов $w \in W$

$$n_{wt} + \phi_{wt} \frac{\partial R}{\partial \phi_{wt}} \leqslant 0.$$

Если тема t вырождена, то $p(w|t) = \phi_{wt} \equiv 0$; это означает, что тема исключается из модели (происходит отбор тем).

Документ d вырожден, если для всех тем $t \in T$

$$n_{td} + \theta_{td} \frac{\partial R}{\partial \theta_{td}} \leqslant 0.$$

Если документ d вырожден, то $p(t|d) = \theta_{td} \equiv 0$; это означает, что модель не в состоянии описать данный документ.

Модель вероятностного латентного семантического анализа

PLSA — Probabilistic Latent Semantic Analysis [Хофманн, 1999]:

- $R(\Phi, \Theta) = 0$ — нет никакой регуляризации.

Получаем то самое «элементарное решение обратной задачи».

ЕМ-алгоритм: метод простой итерации для системы уравнений

$$
\begin{array}{rl}
\text{Е-шаг:} & \left\{\begin{array}{l}
p_{tdw} = \operatorname*{norm}_{t\in T}\bigl(\phi_{wt}\theta_{td}\bigr) \\[2ex]
\phi_{wt} = \operatorname*{norm}_{w\in W}\Bigl(\sum\limits_{d\in D} n_{dw} p_{tdw}\Bigr) \\[2ex]
\theta_{td} = \operatorname*{norm}_{t\in T}\Bigl(\sum\limits_{w\in d} n_{dw} p_{tdw}\Bigr)
\end{array}\right. \\
\text{М-шаг:} &
\end{array}
$$

Hofmann T. Probabilistic latent semantic indexing. SIGIR 1999.

Модель латентного размещения Дирихле

LDA — Latent Dirichlet Allocation [Блэй, Ын, Джордан, 2001]:

- $$R(\Phi, \Theta) = \sum_{t\in T} \sum_{w\in W} \beta_w \ln \phi_{wt} + \sum_{d\in D} \sum_{t\in T} \alpha_t \ln \theta_{td}$$

  распределения ϕ_t близки к заданному распределению β
  распределения θ_d близки к заданному распределению α

EM-алгоритм: метод простой итерации для системы уравнений

$$\begin{array}{rl} \text{E-шаг:} & \left\{\begin{array}{l} p_{tdw} = \operatorname*{norm}_{t\in T}\big(\phi_{wt}\theta_{td}\big) \\ \phi_{wt} = \operatorname*{norm}_{w\in W}\Big(\sum\limits_{d\in D} n_{dw} p_{tdw} + \beta_w\Big) \\ \theta_{td} = \operatorname*{norm}_{t\in T}\Big(\sum\limits_{w\in d} n_{dw} p_{tdw} + \alpha_t\Big) \end{array}\right. \\ \text{M-шаг:} & \end{array}$$

Blei D., Ng A., Jordan M. Latent Dirichlet Allocation. NIPS-2001. JMLR 2003.

BigARTM: библиотека тематического моделирования

Ключевые возможности:

- Большие данные: коллекция не хранится в памяти
- Онлайновый параллельный мультимодальный ARTM
- Встроенная библиотека регуляризаторов и мер качества

Сообщество:

- Открытый код https://github.com/bigartm (discussion group, issue tracker, pull requests)
- Документация http://bigartm.org

Лицензия и среда разработки:

- Свободная коммерческая лицензия (BSD 3-Clause)
- Кросс-платформенность: Windows, Linux, MacOS (32/64 bit)
- Интерфейсы API: command-line, C++, and Python

Этапы исследования при решении практических задач

- Установка BigARTM, запуск примеров
- Получение коллекции, перевод в удобный формат
- Предварительная обработка текстов
- Реализация базовой модели (обычно PLSA)
- Прикладное использование тематической модели
- Измерение качества тематической модели
- Добавление данных, регуляризаторов, модальностей
- Оптимизация коэффициентов регуляризации
- Оптимизация весов / оценка полезности модальностей
- Оптимизация числа тем
- Интерпретация и визуализация тем

Какими будут практические задания по курсу

Задача-минимум: научиться решать задачи NLP с использованием тематического моделирования в BigARTM

Задача-максимум: сотворить нечто общественно полезное

виды деятельности	оценка
теоретические задания	$\sum_i X_i$
решение прикладной задачи	$10X$
обзор по NeuralTM	$12X$
реализация ARTM для pyTorch	$16X$
участие в проекте Тематизатор	$20X$
работа над открытой проблемой	$20X$

где X — оценка за вид деятельности по 5-балльной шкале.

Итоговая оценка: $\min\bigl(10, \lfloor \text{score}/10 \rfloor\bigr)$ по 10-балльной шкале.

Некоторые датасеты для заданий по спецкурсу

- Научные статьи: arXiv, PubMed, Semantic Scholar
- Новостной поток (20 источников на русском языке)
- Данные кадровых агентств: резюме + вакансии
- Научно-популярные статьи: ПостНаука, Элементы, Хабр,...
- Википедия
- Акты арбитражных судов РФ
- Данные социальных сетей: Twitter, VK, LJ,...
- TechCrunch (английский)
- Открытые датасеты (английский): 20 newsgroups, NIPS, KOS
- Транзакции клиентов Sberbank DSD 2016

---

http://bigartm.org
http://drive.google.com/drive/folders/1PPnw6aZOJAJoLRYuwdGm437RssV-XQx0

Методы предварительной обработки текста

- Удаление чисел, не-слов и «прочей грязи»
- Устранение переносов (когда текст был в pdf)
- Исправление опечаток (для пользовательских данных)
- Лемматизация (для русского языка)
- Стемминг (для английского языка)
- Удаление слишком редких слов (если «мешок слов»)
- Удаление стоп-слов (если не строить фоновые темы)
- Автоматическое выделение терминов (ATE)
- Выделение именованных сущностей (NER)
- Сокращение словаря (Vocabulary Reduction)

Извлечение объектов и фактов из текстов в Яндексе. Лекция для Малого ШАДа, 2013. `https://habr.com/ru/company/yandex/blog/205198`

`https://nlpub.ru/Обработка_текста`

Открытые проблемы тематического моделирования

1. Доля интерпретируемых тем близка к 100%
2. Проблема несбалансированности тем
3. Единая модель для коротких и длинных текстов
4. Корректное обнаружение новых тем в пакетах
5. Обеспечение полноты и устойчивости множества тем
6. Автоматический подбор гиперпараметров, AutoML
7. Оптимизация гиперпараметров в потоковом режиме
8. Именование и аннотирование тем
9. Бережное слияние моделей нескольких коллекций
10. Применение гиперграфовых тематических моделей
11. Создание тематических моделей внимания
12. Симбиоз тематических моделей с нейронными сетями

Теоретическое задание №1

Два упражнения на принцип максимума правдоподобия:

- Униграммная модель документов: $p(w|d) = \xi_{dw}$
  Найти параметры модели ξ_{dw}.
- Униграммная модель коллекции: $p(w|d) = \xi_{w}$ для всех d
  Найти параметры модели ξ_{w}.

Подсказка: применить условия ККТ.

Третье упражнение в продолжение — более творческое:

- Предложите модель, определяющую роли слов в текстах:
  — тематические слова
  — специфичные слова документа (шум)
  — слова общей лексики (фон)

Подсказка 1: искать распределение ролей слов $p(r|w)$, $r \in \{\text{т}, \text{ш}, \text{ф}\}$.
Подсказка 2: можно разреживать $p(r|w)$ для жёсткого определения ролей.
Подсказка 3: можно использовать документную частоту слов.

Резюме

- Основная лемма о максимизации на единичных симплексах
- Вероятностная тематическая модель (PTM) — это:
  — мягкая кластеризация документов по кластерам-темам
  — стохастическое матричное разложение
  — вероятностное векторное представление текстов и слов
- Задача некорректно поставлена, её решение не единственно
- ARTM — для построения моделей с заданными свойствами
- BigARTM — открытая реализация http://bigartm.org
- Что дальше в этом курсе:
  — изучаем много разных моделей и регуляризаторов
  — применяем для решения практических задач
  — создаём «Тематизатор» для не-программистов
  — создаём альтернативную реализацию в pyTorch